

SISTEMAS GRÁFICOS

- PROYECCIONES ORTOGONALES
SOBRE PLANOS MÚLTIPLES
- PROYECCIONES ORTOGONALES Y
OBLICUAS SOBRE PLANO ÚNICO

CÁTEDRA PERRONE
DIBUJO CBC
UBA

Autores
CARLOS BARONE
MARTA PERRONE
MERCEDES DURAN

2008

Gráficos y dibujos: Carlos Barone

SISTEMAS GRÁFICOS

PROYECCIÓN DIÉDRICA ORTOGONAL

ANTECEDENTES HISTÓRICOS

“La representación gráfica forma parte de los sistemas de signos que el hombre ha construido para retener, comprender y comunicar las observaciones que le son necesarios” (Ch. Norberg Shultz, Intentions in architecture, 1963)

En la representación gráfica, el dibujo es un sistema de comunicación que le permite expresar y transmitir ideas a través de un conjunto de signos cuyo significado se conoce con anterioridad. El dibujo es un “lenguaje gráfico” que comunica, a través de “señales” dibujadas, ideas o realidades concretas.

El conocimiento de los sistemas y códigos gráficos es parte importante de la formación del diseñador porque le permite traducir gráficamente los objetos del mundo que ve o imagina de forma clara y precisa.

El problema fundamental que los distintos sistemas gráficos se centran en resolver es el de llevar al campo de la bidimensión entidades del espacio tridimensional.

Estas entidades serán materializadas en el espacio bidimensional, (hoja, pantalla), por medio dibujos que tomarán el carácter de *prefiguraciones o representaciones* de acuerdo con el grado de concreción que hayan adquirido*.

Los sistemas gráficos son modelos que siguiendo determinadas reglas sintácticas resuelven el problema anteriormente enunciado mediante el concepto de *proyección*. Las proyecciones deben evitar en lo posible toda lectura ambigua y permitir el proceso de pasar del dibujo al objeto concreto y viceversa, en una operación de doble vía que involucra la idea de *reversibilidad*, (criterio biunívoco).

* Las **prefiguraciones** son los dibujos de las imágenes mentales de objetos que aun no han tomado realidad física. Las **representaciones**, también llamadas dibujos de registro, son las proyecciones de objetos existentes.

Las formas de representación van apareciendo y modificándose a lo largo del tiempo y son producto de las funciones simbólicas que la sociedad le asigna en cada momento histórico.

Las proyecciones ortogonales han sido utilizadas de manera intuitiva desde los comienzos de la humanidad, generando un código que permitía la representación conceptual de los objetos, (por ejemplo, los dibujos prehistóricos de animales de perfil).

Las representaciones de plantas de edificios se remontan a la civilización Sumeria, (3000 A.C.), y se encontraron mapas de la Mesopotamia Asiática, (1500 A.C.), realizadas sobre tablillas de barro; tanto en la cultura egipcia, (3500-2800 A.C.), como en la asiria, (siglo VII A.C.), aparecen representaciones de alzados; pero en el caso de

estas culturas no se sabe si respondían a una necesidad arquitectónica. Los griegos consideraban que para lograr la armonía en la composición del edificio era necesario hacer uso de la Iconografía, (planta), la Ortografía, (presentación en pequeño de la fachada), y la cenografía, (especie de perspectiva central).

En la civilización romana se encuentran planos acotados de ciudades y edificios, y es de esta época el tratado “De Architectura” que escribe Vitrubio con referencia al uso de la planta y el alzado; el mismo es una exposición del saber arquitectónico transmitido de Grecia a Roma.

En la Edad Media los talleres gremiales se ocupaban de la enseñanza del oficio a través de maestros que formaban a sus discípulos entre otras cosas en el trazado de plantillas para el tallado de la piedra, pero hacia fines del siglo XIII, la actividad fue evolucionando, llegándose paulatinamente a la representación del edificio completo.

Villard de Honcourt, (siglo XIII), en su diario de viajes mostraba numerosos relevamientos de edificios contribuyendo de esta forma al mejoramiento de la representación arquitectónica. Es así como desde mediados del siglo XIII hay planos de arquitectura de tres tipos diferentes:

- Grandes planos: destinados al cliente que muestran en plantas y alzados el edificio completo.
- Planos esquemáticos: de uso exclusivo del arquitecto para el control de la obra, (sistemas de medidas, apuntes constructivos, etc.).
- Dibujos de trabajo: destinados al maestro constructor y a los albañiles; uno de estos dibujos era el “plano clave”, a partir de éste el maestro llevaba al terreno el diseño previamente definido.

En el siglo XV se despierta un gran interés por dibujar y medir los edificios de la antigua Roma. En 1411 se descubre un manuscrito del tratado de Vitrubio, que contenía principios compositivos y sistemas constructivos de la arquitectura romana.

Los hechos antes citados promovieron la aparición de publicaciones profusamente ilustradas que se convirtieron en un instrumento para construir con un lenguaje clásico, en ellos las representaciones diédricas, plantas y alzados aparecen documentando tanto construcciones antiguas como edificios de la época.

En los siglos XIV y XV la representación de la arquitectura se realizaba a través de la maqueta y la traza que corresponde al plano o la huella del edificio, (planta). Con la aparición de la perspectiva se reemplaza la maqueta por aquella.

Rafael, (1483-1520), propone la traza, (planta), el alzado, (vista), y la sección, (corte), como la forma de representar y controlar el proyecto arquitectónico y define como se realizan estas proyecciones. Pese a la gran utilización de las proyecciones diédricas en el Renacimiento, es recién en el siglo XVIII, que el matemático francés Gaspar Monge desarrolla el sustento teórico del sistema con el tratado de Geometría Descriptiva.

Los problemas que Monge planea resolver con la creación de este sistema son:
Representar los volúmenes en forma mensurable en dos dimensiones y describir con exactitud la forma y posición de estos.

PROYECCIÓN OBLICUA CABALLERA, MILITAR Y AXONOMETRÍA

ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Estos sistemas son tomados por algunos autores como una representación de carácter intermedio entre las proyecciones diédricas y la perspectiva, porque aun manteniendo su carácter abstracto y algunas propiedades geométricas de los objetos representados permiten incluir en una sola imagen las tres dimensiones de los objetos.

Si bien en la antigüedad hay ciertas representaciones que recuerdan estos sistemas, es en China donde la Proyección Oblicua se utilizó profusamente.

En la Edad Media se observa en algunos dibujos de Villar de Honnecourt, intentos por obtener una ley para realizar este tipo de representaciones, (dibujo del interior y exterior de la Catedral de Reims, año 1250).

Durante el Renacimiento comienzan a realizarse con cierta destreza; en principio se utilizaron en la representación de ciudades y aparecen en algunos artistas como Leonardo da Vinci que los incorpora en sus dibujos de proyectos e inventos. Su consolidación se produce en la segunda mitad del siglo XV por la búsqueda del perfeccionamiento de la técnica bélica, ante el temor de la invasión otomana.

La actividad de los ingenieros militares tomó gran relevancia y ellos se valieron de la proyección Caballera para el diseño de la arquitectura militar.

La axonometría desde el punto de vista operativo fue definida por el matemático francés Gerard Desargues, (1591-1662), con la creación de la “Geometría Proyectiva” que proporcionó el sustento teórico para la resolución de los problemas que planteaba la axonometría.

Basándose en las publicaciones de Gaspar Monge y su discípulo Theodore Olivier sobre Geometría Descriptiva, William Farish, (1820), presenta en Cambridge un nuevo método de proyección que denominó Isométrica.

En 1879 Eduardo Torroja, profesor de la Escuela de Ingenieros de Madrid, realiza una publicación sobre Axonometría, Proyecciones Militar y Caballera. A esta altura el análisis de la evolución de estos sistemas demuestra el grado de conceptualización que los mismos habían alcanzado.

GRADOS DE SIGNIFICACIÓN

Los sistemas gráficos son modelos que siguiendo determinadas reglas sintácticas resuelven el problema de transferir al espacio bidimensional entidades del espacio tridimensional. Tal transferencia se realiza mediante el concepto de *proyección*. Las proyecciones deben evitar en lo posible toda lectura ambigua y permitir el proceso de

pasar del dibujo al objeto concreto y viceversa, en una operación de doble vía que involucra la idea de *reversibilidad*, (criterio biunívoco).

Al analizar los sistemas observamos que cada uno de ellos posee características específicas que los hacen aptos para transmitir distintos tipos de información.

El grado de iconicidad que es una característica inherente de todos los sistemas, lo es más en los modelos gráficos, siendo variable en cada uno de ellos.

Las PROYECCIONES PARALELAS ofrecen una representación objetiva del elemento considerado con un grado de iconicidad que varía de medio a alto según el sistema utilizado.

Se materializa una realidad abstracta que sigue estrictamente lineamientos geométricos. La imagen obtenida no es la percibida por el ojo humano. Esto conduce a que el nivel de perceptualidad de los objetos o espacios no sea el más alto reduciéndose notablemente en el Sistema Monge.

SISTEMA MONGE

Dentro de las proyecciones paralelas, el sistema Monge posee el mayor grado de iconicidad, esto requiere del intérprete un conocimiento muy específico del código utilizado. En este modelo las proyecciones, como hemos visto, se realizan sobre múltiples planos. Usualmente se utilizan los tres planos ortogonales entre sí que conforman el *triedro tri rectángulo* de las dimensiones dominantes del espacio.

En consecuencia, las proyecciones obtenidas ofrecerán distintas imágenes del mismo objeto. Esta situación requiere de un esfuerzo intelectual considerable por parte del intérprete de tales dibujos al tener que recomponer mentalmente dichas imágenes para tener una comprensión acabada del objeto representado.

Aquí el observador asume un carácter casi anónimo, es prácticamente desterrado de las representaciones. Está ubicado en un lugar indefinido del espacio, en el infinito, pero este infinito es relativo a cada sentido de la dirección ortogonal al plano que se considere, es decir una ubicación no precisada para cada proyección.

Un observador poco definido en su ubicación geométrica precisa en el espacio y multiplicado por la cantidad de vistas que se establezcan como necesarias. Se da la paradoja de tener una certidumbre extrema en la definición del objeto y en oposición un grado amplio de incertidumbre en la condición del sujeto.

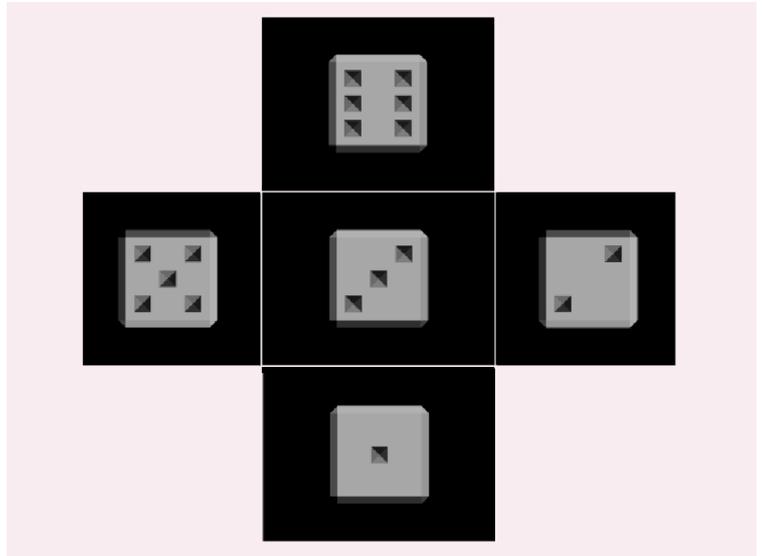
El objeto nunca aparece como unidad, es una multiplicidad, pero una multiplicidad que implica parcialidad, se ofrecen imágenes parciales que el cerebro deberá

reconstituir en una totalidad. Se disocia de la imagen la característica fundamental de unicidad mental del ente para asumir la particularidad de ofrecer parcialidades.

Se establece la dialéctica *unidad-parcialidad*.

Se trata de un procedimiento altamente abstracto que como contrapartida ofrece la definición exacta de las dimensiones del objeto.

Tal exactitud deriva de la determinación perfecta del punto en el espacio. Éste queda totalmente definido en el dibujo al establecerse sin duda alguna sus coordenadas X, Y, Z del espacio. Cada punto del espacio a tiene asociado un único punto proyección a' y viceversa, estableciéndose una relación biunívoca. No existe duda alguna, se elimina todo tipo de ambigüedad.



En las Axonometrías esto no sucede. Cada punto del espacio tiene asociado una proyección, pero ésta no tiene asociada un único punto sino infinitos, esto da lugar a una relación unívoca por donde se filtra la ambigüedad.

La identidad del punto se confunde con la de los infinitos puntos que pertenecen a la recta de proyección en los sistemas Axonométricos.

La precisión de tal sistema es la característica más notable asociada a la finalidad práctica perseguida. Con él se obtiene la información más detallada para la construcción fiel del objeto representado. Es debido a ello que fue un sistema clave en el desarrollo de la revolución industrial al permitir la comunicación exacta de la información necesaria en los procesos de producción, especialmente los asociados a la industria bélica.

El sistema Monge disipa toda duda o incertidumbre en la definición gráfica del objeto, se nos presenta como el sistema ideal para transmitir información gráfica de tipo técnico.

Las medidas, longitudes y ángulos se toman de los gráficos que se encuentran en verdadera magnitud directamente, sin restricciones, salvo las que imponen los cambios de escala.

PROYECCIONES AXONOMÉTRICAS

Las proyecciones Axonométricas tienen la ventaja de ofrecer el objeto que debe representarse mediante una sola imagen.

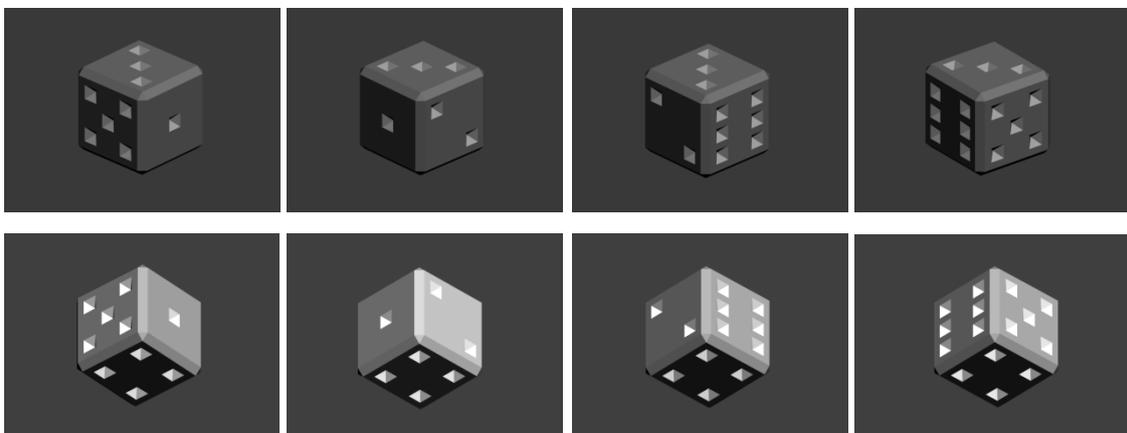
Los grados de iconicidad de estos sistemas son bastante menores que los que presenta el Sistema Monge, por lo tanto, se facilita la comprensión de las imágenes, aun por parte de intérpretes poco entrenados en el manejo de los códigos. Los aspectos positivos tienen como contrapartida una característica negativa que es la de presentar cierto grado de ambigüedad en la lectura de los gráficos.

Tal ambigüedad, como se ha expresado, deriva del hecho que la definición del punto en el espacio no es completa en estos sistemas. Al proyectar un punto A del espacio en un único plano, la proyección obtenida A', resulta de la intersección de la recta de proyección que pasa por el punto con el plano considerado, pero todo punto de la recta que pasa por A tendrá como proyección la misma proyección A'. Es decir, los infinitos puntos de la recta proyección tendrán la misma proyección A'. Aquí se halla la fuente de ambigüedad.

Aun con las limitaciones indicadas, el sistema permite tomar medidas en los gráficos, (siempre considerando los ejes dominantes del espacio). Esta condición lo habilita como instrumento para la producción de objetos, pero la cualidad fundamental de las Axonometrías es la de comunicar las características de éstos, es por ello por lo que se la utiliza con mucha frecuencia en folletos técnicos de productos para mostrar sus partes constitutivas, ensamblado y desarmado.

Si el sistema Monge contrapone la idea de parcialidad a la de unidad del objeto en el espacio, las Axonometrías ofrecen el criterio de multiplicidad.

La dialéctica aquí es *unidad-multiplicidad*.



Múltiples imágenes donde cada una de ellas da la idea de la totalidad del objeto aun con limitaciones.

Por lo analizado, las Axonometrías son modelos gráficos que ofrecen una calidad perceptual alta. Las imágenes que presentan del objeto real o imaginado son de más fácil comprensión que las correspondientes del Sistema Monge, (Proyecciones en Múltiples Planos), el esfuerzo intelectual a realizar es considerablemente menor. Pero por la calidad perceptual se resigna precisión.

En todos los sistemas se observa que a una virtud se le contrapone una debilidad, ambas están íntimamente relacionadas por la naturaleza propia de cada modelo. En la génesis de cada sistema gráfico radica su fortaleza y también su flaqueza.

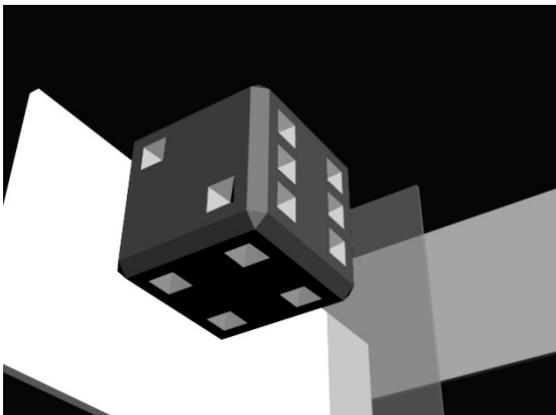
Es una condición de equilibrio natural, a mayor esfuerzo perceptual, mayor precisión y exactitud de los gráficos para traducirlos a los procesos productivos.

Todas las proyecciones cilíndricas parecen desterrar al observador. Las imágenes del objeto no establecen relación con el sujeto, éste parece estar fuera del ámbito de tales representaciones.

El espacio en ambos sistemas asume un carácter neutro, pasivo, indefinido, cualidades que están íntimamente relacionadas con las condiciones del observador.

PROYECCIONES CÓNICAS

Las Proyecciones cónicas ofrecen un grado perceptual muy alto, las imágenes que produce el sistema seducen al observador porque son muy similares a las de la visión humana. Por otra parte, los objetos y fundamentalmente el espacio percibido tienen características que tienen relación con el observador porque lo incorporan, lo convierten en protagonista.



SISTEMAS DE PROYECCIÓN

Los principales tipos de proyección son:

PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN MÚLTIPLES PLANOS. MONGE

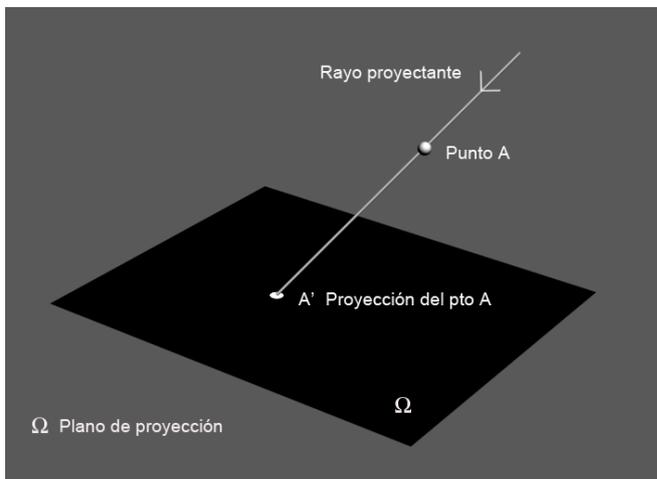
PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN UN ÚNICO PLANO

PROYECCIONES OBLICUAS PARALELAS

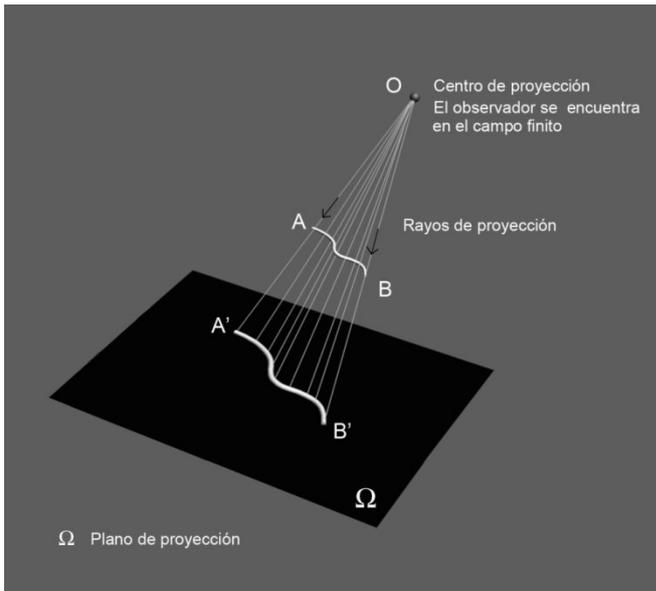
PROYECCIONES CÓNICAS

Cada modelo gráfico es un sistema donde sus componentes siguen reglas claramente determinadas. Los componentes comunes a todos los sistemas de proyección son:

- 1 - La fuente, observador o centro de proyección
- 2 - El objeto a proyectar
- 3 - El plano de proyección
- 4 - Los rayos de proyección
- 5 - La proyección del objeto o dibujo de este



En el gráfico superior se analiza la proyección de un punto. Aquí se tiene el caso general de un punto **A** en el espacio que es alcanzado por el *rayo proyectante* o de *proyección* que procede de la fuente y que en su prolongación interseca el *plano de proyección* Ω determinando el punto **A'** que pertenece al plano y es la proyección del punto **A**.

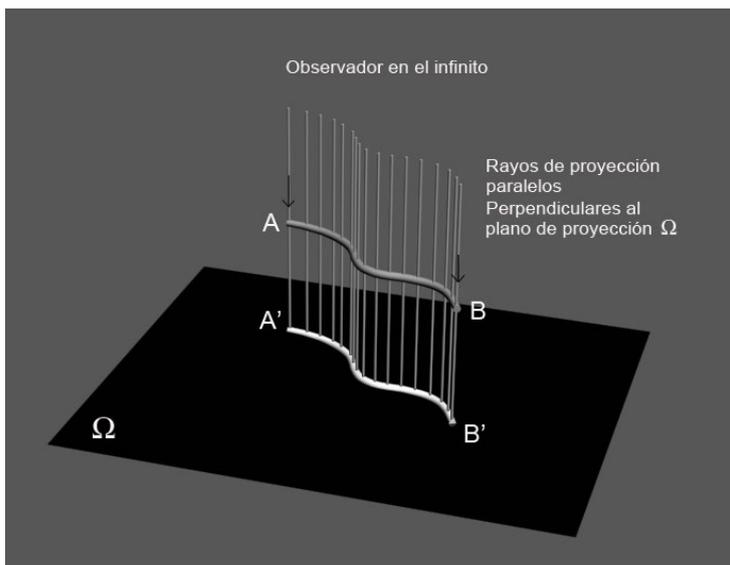


En el caso de tener una forma compleja se procede de igual manera. Debemos recordar que toda forma es la sumatoria de una infinita cantidad de puntos, para evitar tener que proyectarlos a todos, solo lo hacemos con sus puntos característicos.

En el siguiente gráfico se proyecta una curva. Al hacer pasar los rayos de proyección por cada uno de los puntos de la curva se obtendrán las proyecciones de estos, lo que nos dará la proyección de la curva.

PROYECCIÓN CÓNICA

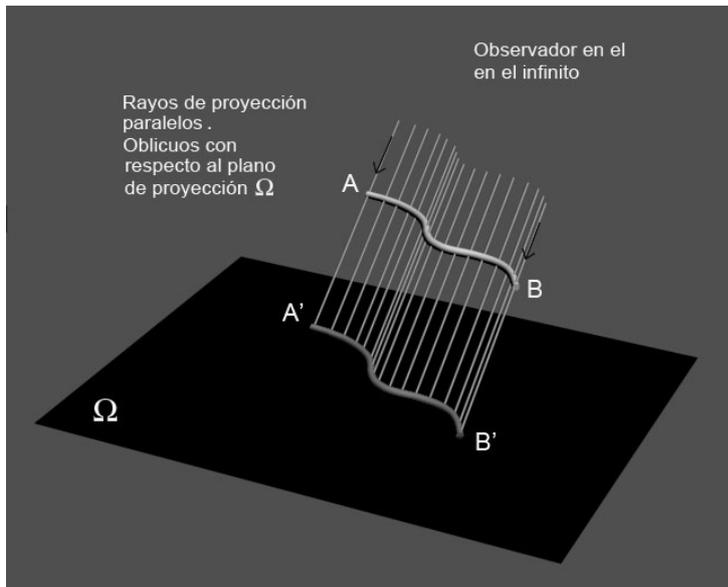
En este caso, el *observador* o *centro de proyección* **O** es un punto preciso del espacio geométrico, es decir, se encuentra en el campo finito, por lo tanto, los rayos son convergentes al punto **O**. Se observa que los rayos de proyección determinan una superficie de tipo cónico de la cual los mismos rayos son generatrices. Al modelo gráfico que cumple esta condición se lo denomina de PROYECCIONES CÓNICAS, son las llamadas *perspectivas* que se asemejan en su funcionamiento al ojo humano y a la cámara fotográfica.



En los siguientes gráficos tenemos la misma curva a representar, pero la fuente se halla en el infinito ∞ , el denominado *punto impropio del plano*, en consecuencia, los rayos de proyección serán paralelos entre sí.

En el primer caso los rayos de proyección son perpendiculares al plano de proyección Ω .

PROYECCIÓN CILÍNDRICA ORTOGONAL



En el segundo caso los rayos de proyección son oblicuos con respecto al plano Ω .

En ambos casos las superficies que generan los rayos son del tipo cilíndrico* en consecuencia los sistemas que reúnen las condiciones descritas se engloban dentro de las llamadas PROYECCIONES CILÍNDRICAS.

PROYECCIÓN CILÍNDRICA OBLICUA

*Los rayos de proyección son las generatrices de la superficie cilíndrica.

Dentro de las PROYECCIONES CILÍNDRICAS tendremos entonces:

PROYECCIONES CILÍNDRICAS ORTOGONALES

- PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN MÚLTIPLES PLANOS. Sistema MONGE
- PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN UN ÚNICO PLANO
 - Proyecciones ACOTADAS
 - ISOMETRÍAS, DIMETRÍAS y TRIMETRÍAS

PROYECCIONES CILÍNDRICAS OBLICUAS

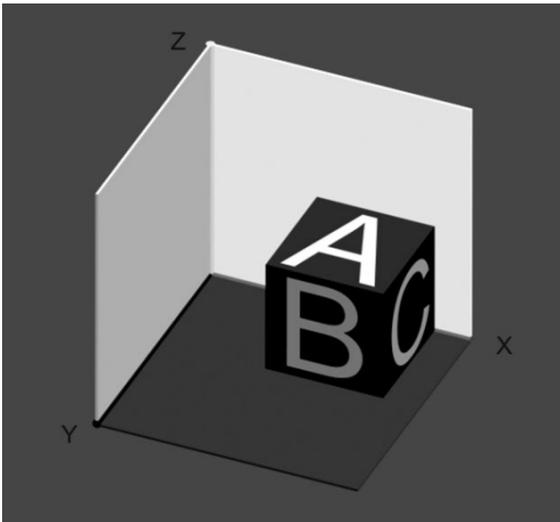
- PROYECCIONES OBLICUAS PARALELAS EN UN ÚNICO PLANO
 - Proyecciones Caballeras
 - Proyecciones Militares
 - Proyecciones Bizantinas

Hemos establecido que tanto en las PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN MÚLTIPLES PLANOS, Sistema Monge, como en las PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN UN ÚNICO PLANO, la fuente se supone ubicada en el infinito y esto implica que los rayos de proyección son paralelos entre sí, de allí el nombre de *Proyecciones paralelas*, por otra parte estos rayos que pasan por el objeto que debe representarse, inciden de manera perpendicular sobre el plano de proyección, esto nos da la restante condición de *Proyecciones ortogonales*.

El problema fundamental, el de materializar las tres dimensiones del espacio físico euclidiano en el campo bidimensional, es resuelto de manera diferente según los distintos sistemas.

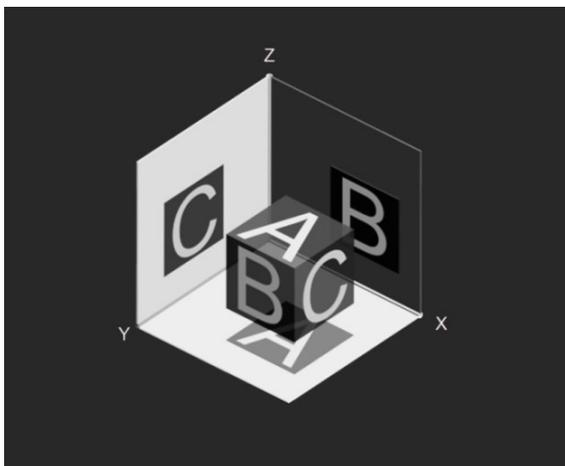
SISTEMA MONGE

De acuerdo con lo expresado el Sistema Monge es uno de los tipos de Proyección Cilíndrica. El sistema se vale de múltiples planos para proyectar los cuerpos, esto implica que se tendrán múltiples proyecciones o imágenes del objeto en cuestión.



Aun cuando existen infinitos planos de proyección, los más usualmente utilizados son tres planos ortogonales que determinan, lo que se denomina, un triedro tri-rectángulo. Los citados planos al intersectarse determinan los 3 ejes dominantes, X, Y, y Z del espacio físico tridimensional.

INTERPRETACIÓN ESPACIAL

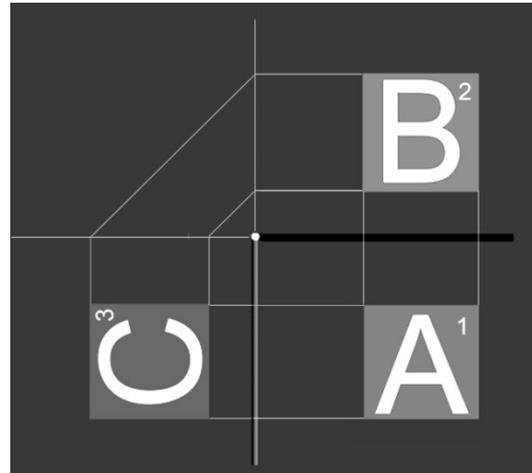


En cada uno de los planos de proyección se registran dos dimensiones del espacio, resultando la incompleta información que la proyección proporciona, Se hace necesario entonces recurrir a otras proyecciones para evitar ambigüedades en la representación e interpretación del dibujo de objetos.

En el sistema, el triedro mencionado y definido en el espacio se debe representar sobre el plano. Para lograrlo se procede al abatimiento de los planos verticales hasta

que queden coplanares con el horizontal (giro de 90°), utilizando como ejes de giro a los ejes X e Y (que funcionan como bisagras que facilitan el giro). Existen infinitos planos verticales, generalmente se usan las cuatro que corresponden a las direcciones principales del espacio (caja espacial).

La intersección entre los planos verticales y el plano horizontal se denomina línea de tierra.



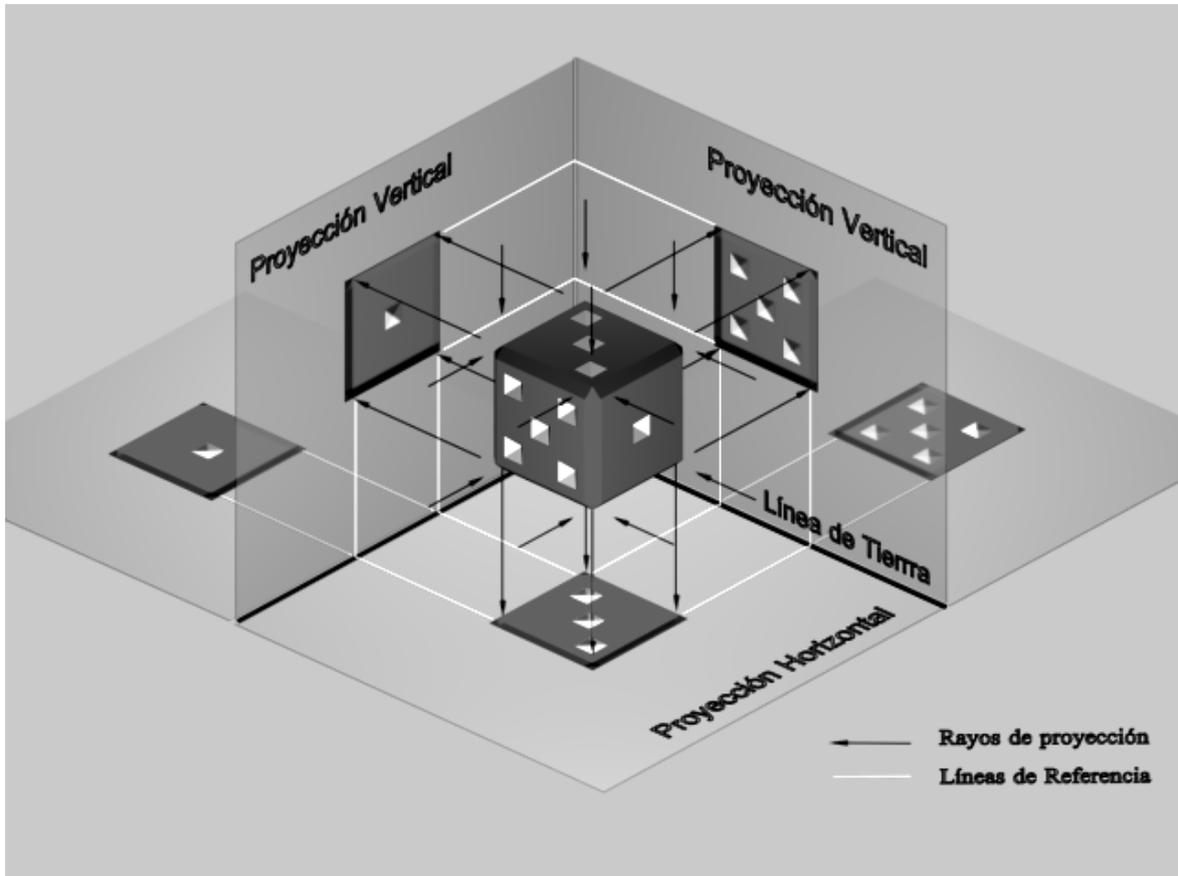
- El objeto se representa a través de sus proyecciones en el plano horizontal y en los verticales necesarios.
- Al rebatirse los planos verticales, las proyecciones del objeto se ven simultáneamente y relacionadas entre sí (proyecciones concertadas).
- Es necesario que por lo menos se muestren dos proyecciones perpendiculares entre sí para que se manifieste la tridimensionalidad del objeto.
- La proyección de los rayos proyectantes sobre los planos se denominan líneas de referencia, muestran la correspondencia entre las distintas proyecciones, cuando un elemento se encuentra sobre la misma línea de referencia en las proyecciones decimos que están **concertadas**.
- Un punto del espacio se proyecta con la misma altura en todos los planos verticales.
- La línea de tierra indica la ubicación y posición del plano vertical.

ELEMENTOS DEL SISTEMA

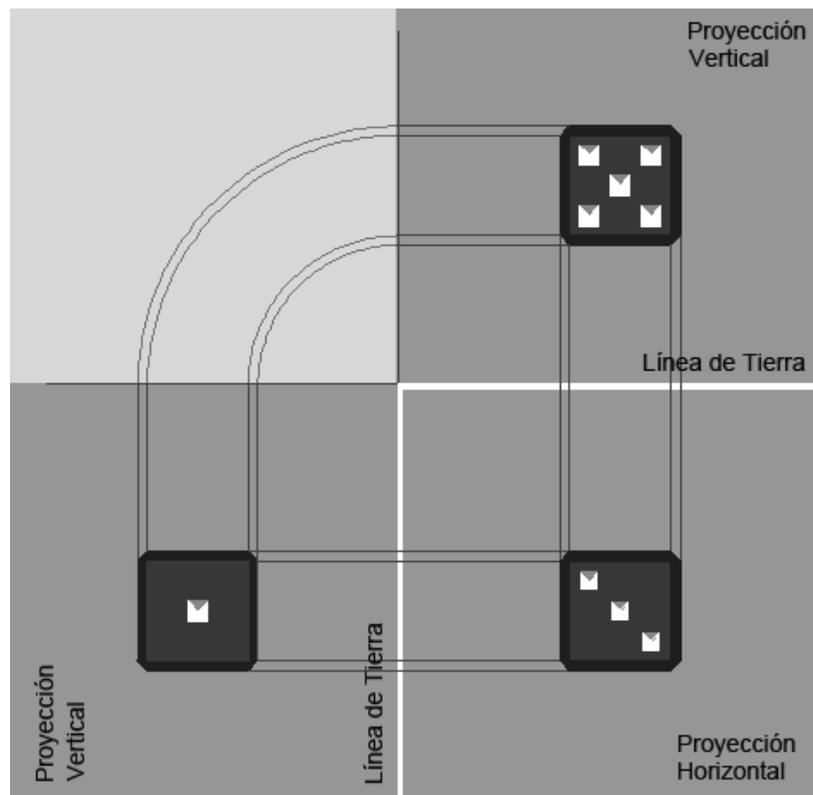
- Objeto a proyectar.
- Planos de proyección (Planos Horizontal y Verticales).
- Fuente (los rayos proyectantes provienen del infinito)
- Rayos proyectantes (paralelos entre sí y perpendiculares al plano de proyección).
- Proyección del Objeto.

Línea de Tierra (intersección Plano Horizontal y Vertical).

Líneas de referencia (proyección de rayos proyectantes sobre el Plano de proyección).



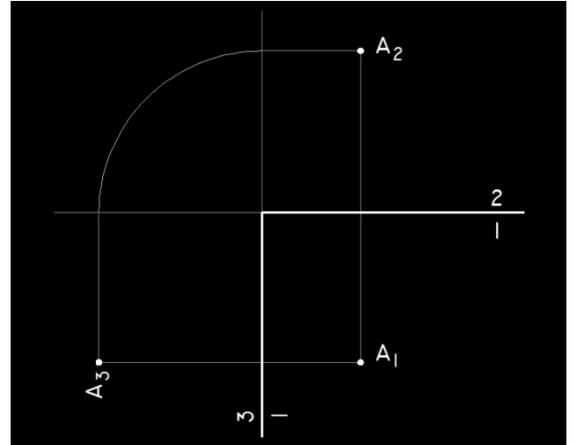
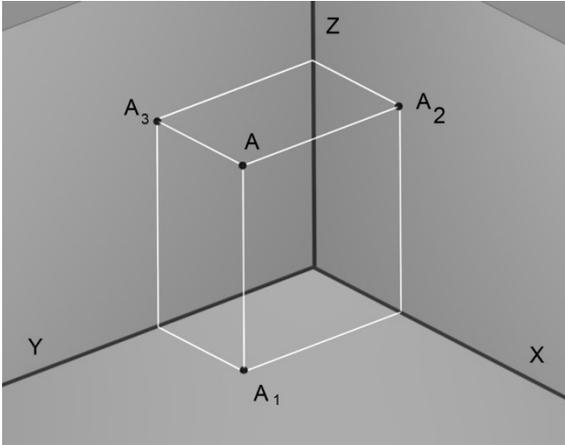
INTERPRETACIÓN ESPACIAL DEL SISTEMA MONGE



PROYECCIÓN MONGE DEL EJEMPLO ANTERIOR

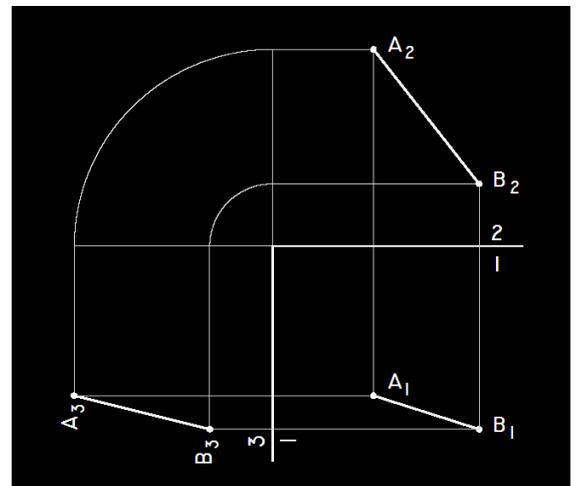
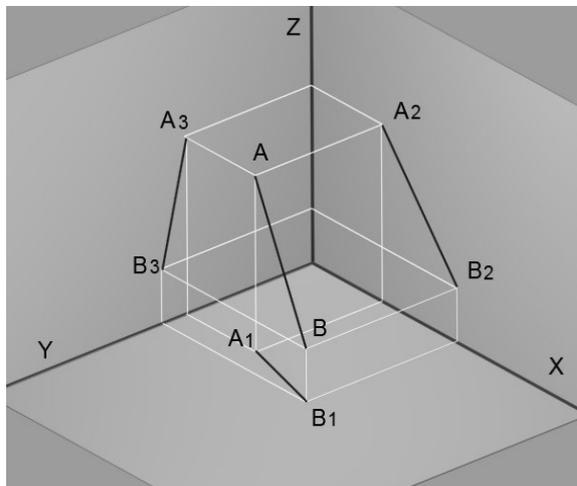
SISTEMA MONGE

PROYECCIÓN DE UN PUNTO



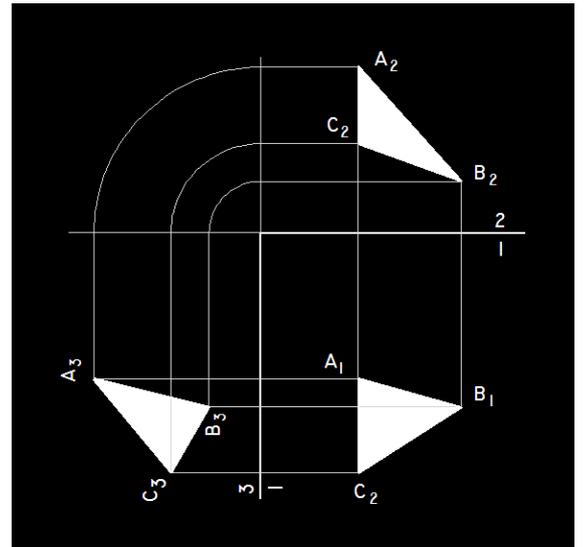
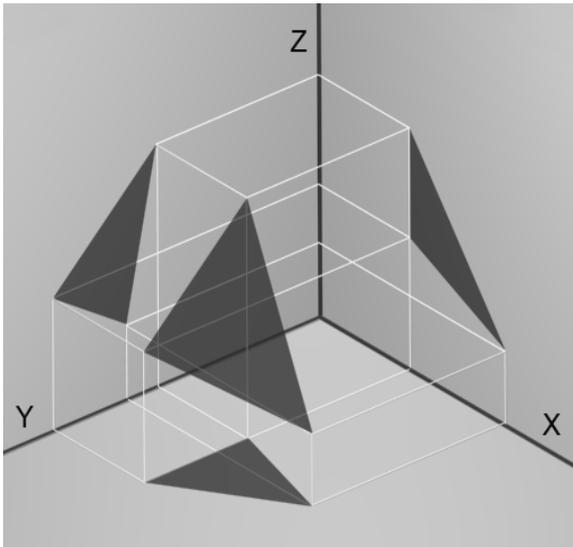
En ambas proyecciones verticales el punto del espacio se proyecta a la misma altura respecto de la LT.

PROYECCIÓN DE UN SEGMENTO



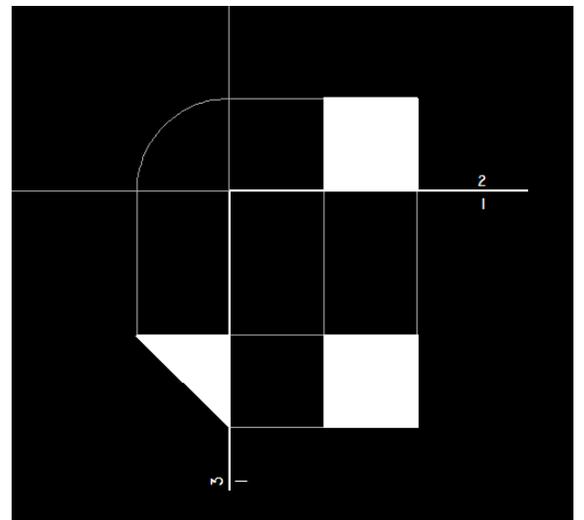
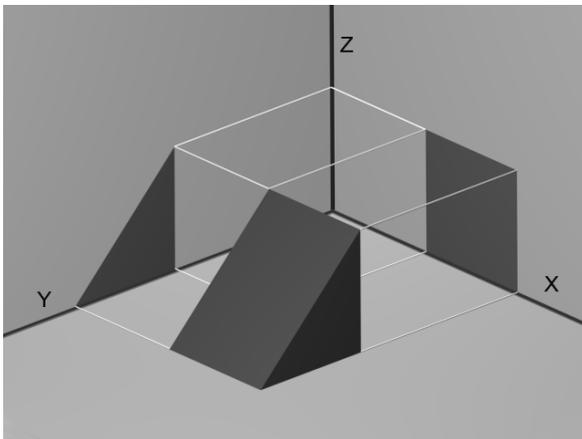
Para la proyección de un segmento es suficiente proyectar sus puntos extremos sobre los planos: horizontal y verticales.

PROYECCION DE UNA FIGURA PLANA



Es la proyección de todos los puntos de la figura. Bastaría con proyectar su línea de contorno. En el caso del triángulo es suficiente con los tres vértices.

PROYECCION DE UN VOLUMEN

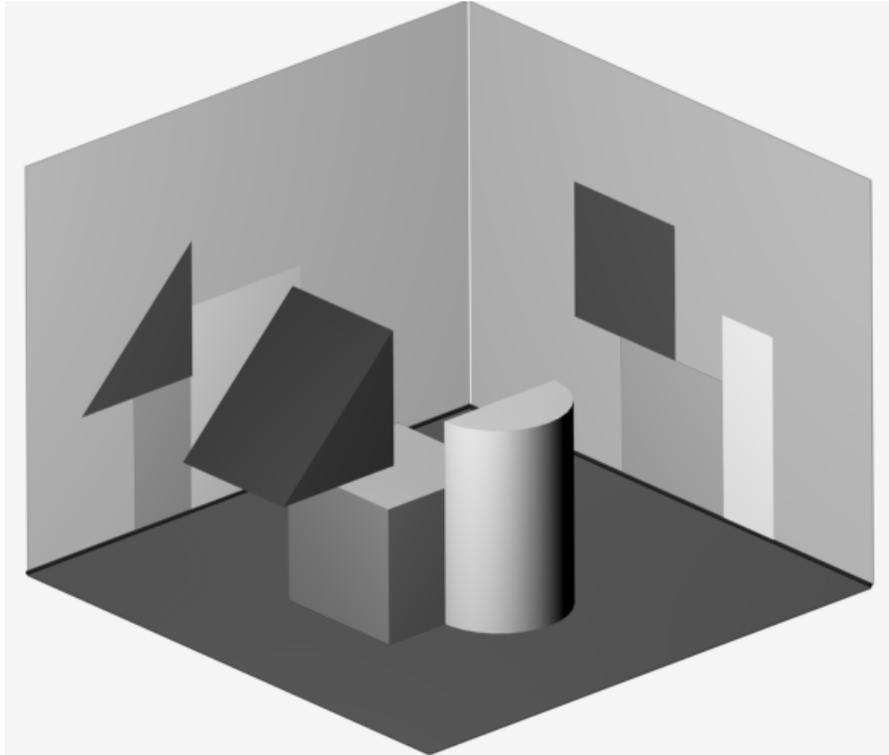


Para proyectar un volumen se proyectan todos los puntos de su superficie. Si está apoyado sobre el plano horizontal su base se dibuja sobre la línea de tierra.

PROYECCION DE UN CONJUNTO DE VOLUMENES

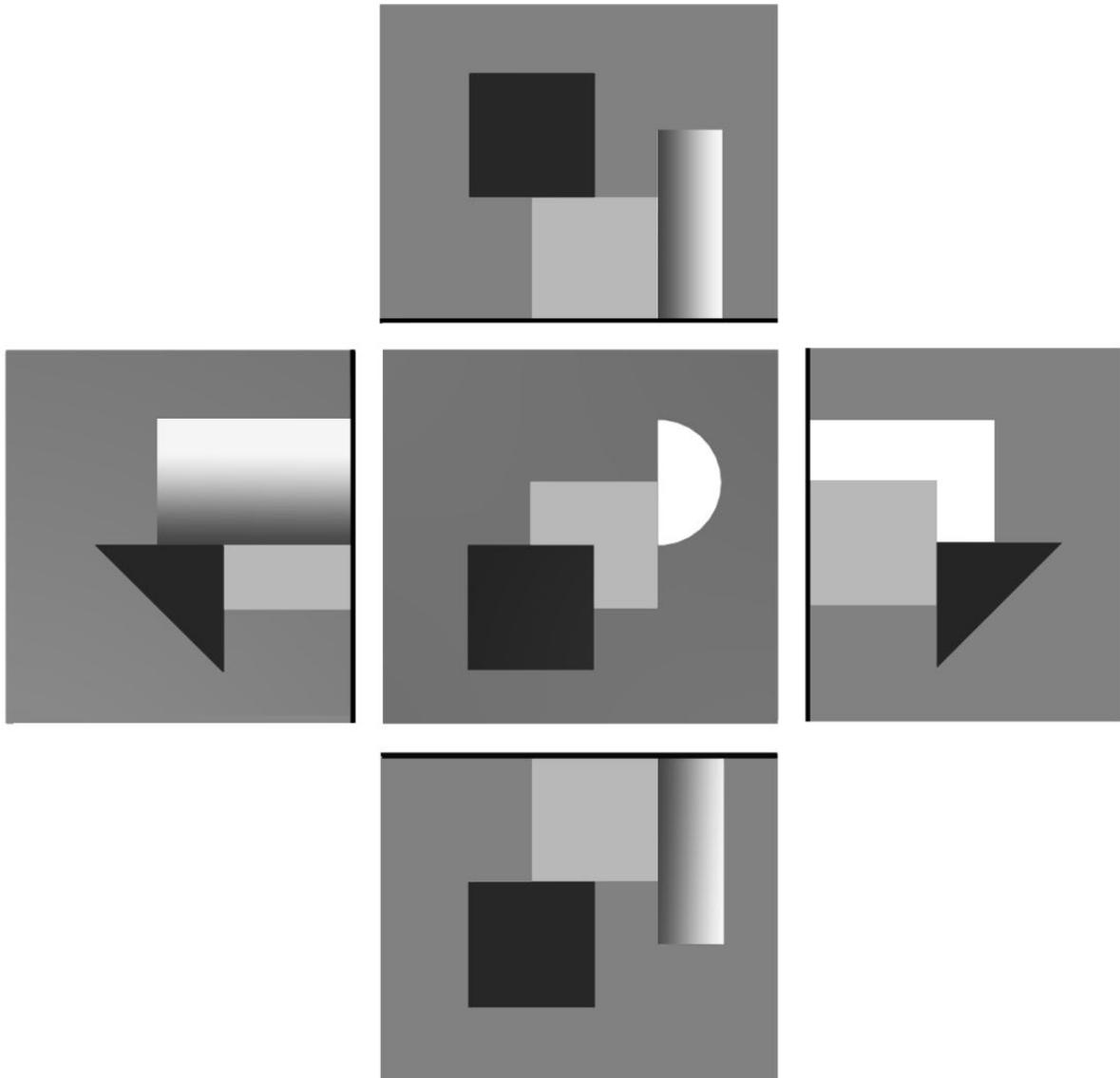
Se proyecta cada uno de ellos sobre los planos: horizontal y verticales, verificando en cada caso, cuáles son los sectores ocultos en cada proyección, teniendo en cuenta la relación:

Fuente → objeto → plano de proyección

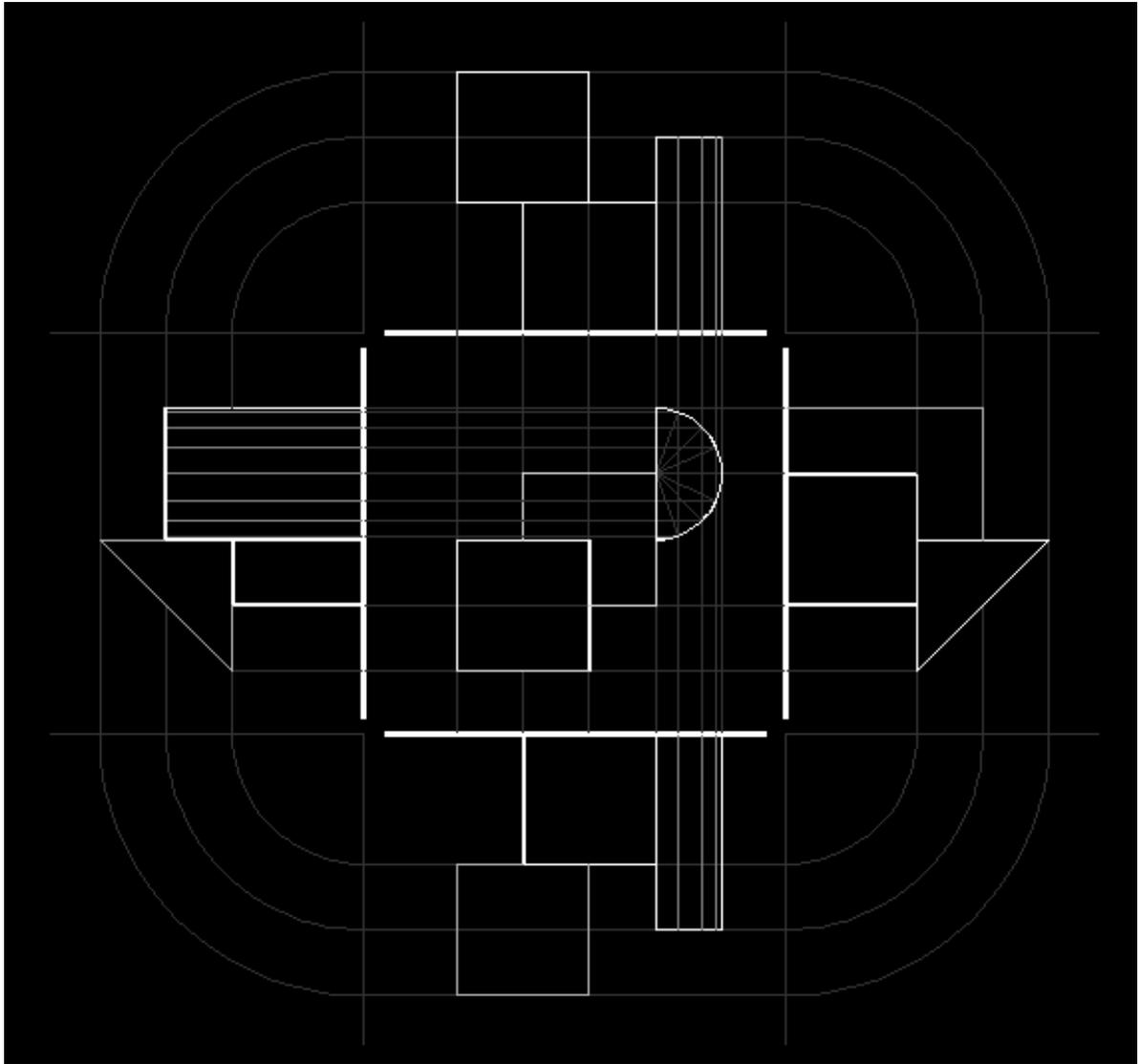


INTERPRETACIÓN ESPACIAL DE UNCONJUNTO DE OBJETOS

EL CONJUNTO ANTERIOR REPRESENTADO EN SISTEMA MONGE



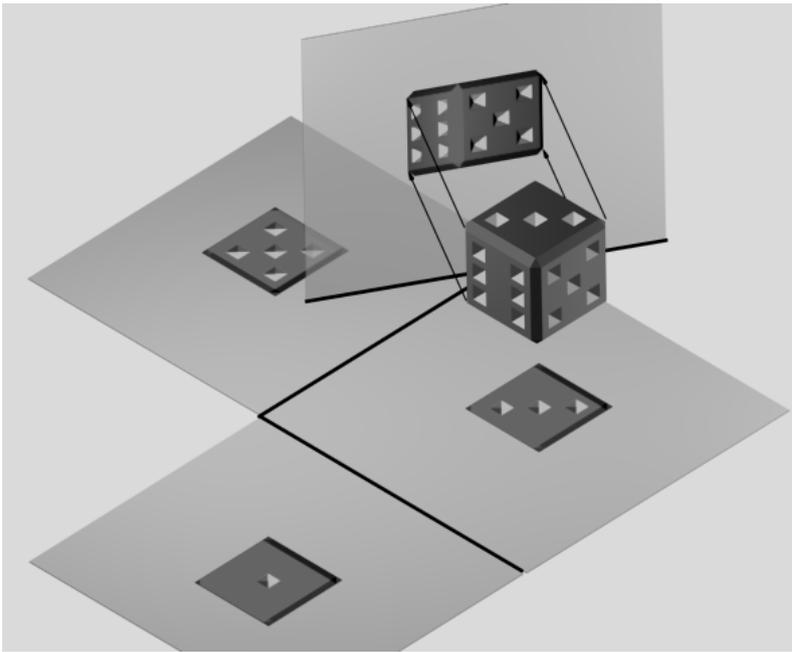
Técnica plana



Técnica línea

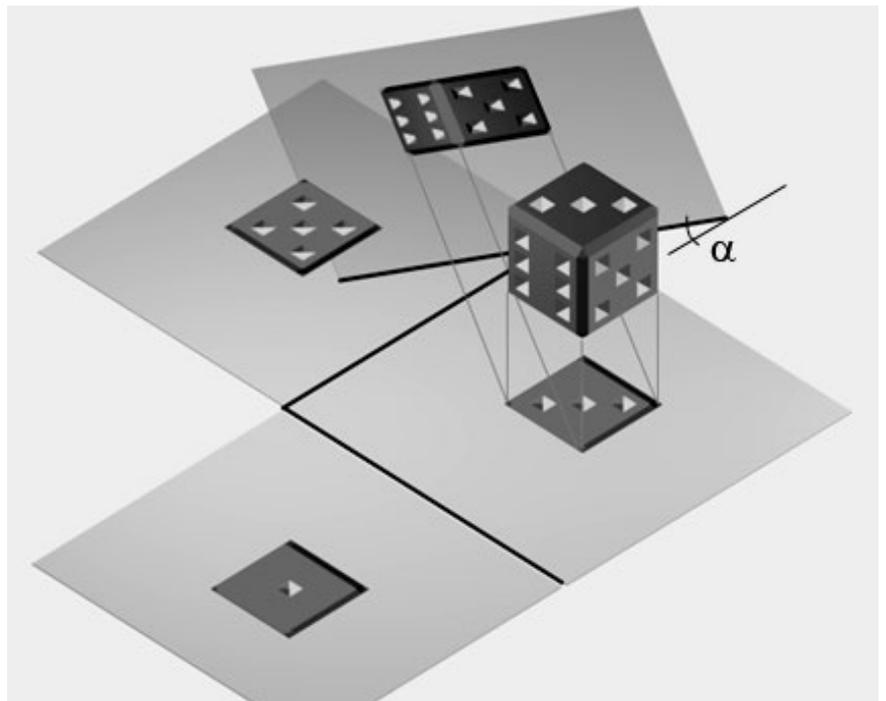
PROYECCIONES OBLICUAS

Las proyecciones oblicuas se realizan sobre planos verticales ubicados de manera oblicua con respecto a los planos verticales ortogonales usualmente utilizados en el sistema. Estas proyecciones se utilizan para destacar características de los objetos que no serían debidamente observadas con las proyecciones anteriores. Los pasos a seguir son los mismos que los realizados en las proyecciones vistas anteriormente. Los rayos de proyección formarán con los planos oblicuos 90° , por lo tanto, las proyecciones horizontales de estos rayos formarán 90° con respecto a la línea de tierra que determina el plano oblicuo.

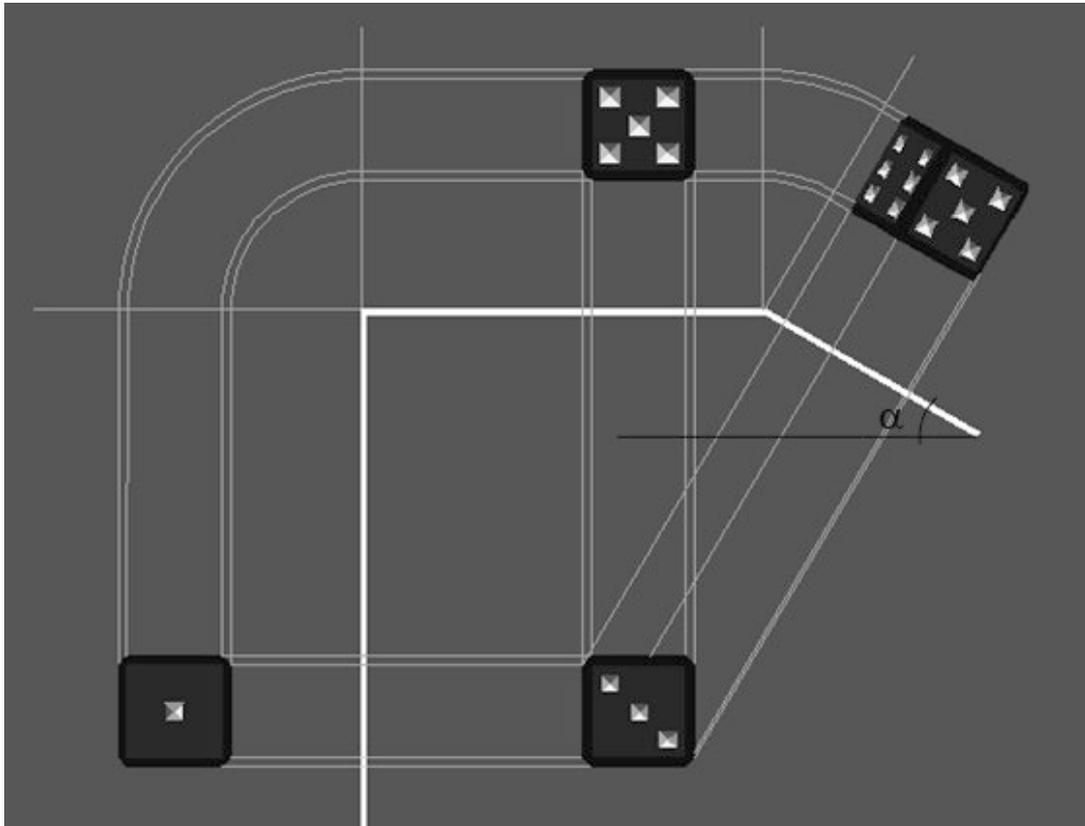


INTERPRETACIÓN ESPACIAL DE LA PROYECCIÓN VERTICAL OBLICUA. EL PLANO OBLICUO AUN NO SE HA REBATIDO.

LA INTERPRETACIÓN ANTERIOR CON EL PLANO VERTICAL OBLICUO REBATIDO.



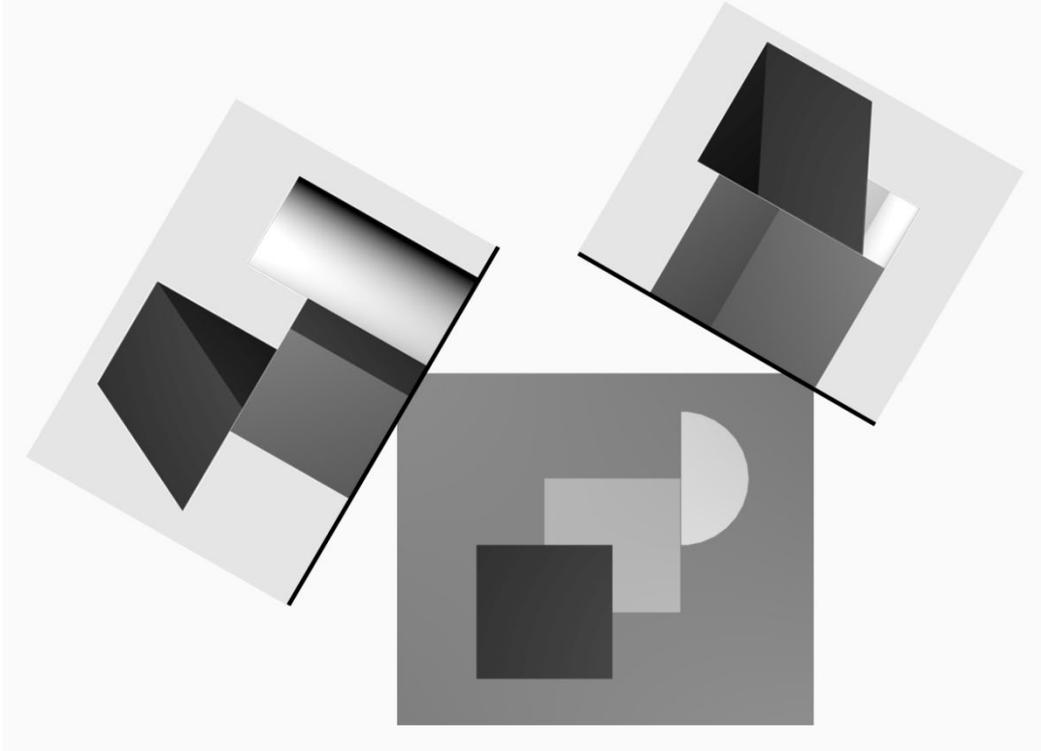
Esta línea de tierra se indicará en la proyección horizontal y formará un determinado ángulo con respecto a una recta horizontal de referencia, (ángulo α). Aun cuando existen infinitos planos verticales oblicuos, se elegirán aquellos que permitan proyectar las características requeridas del objeto. Los más utilizados son los que forman con dicha recta de referencia los ángulos de 30° , 45° y 60° que se obtienen con las escuadras comúnmente usadas.



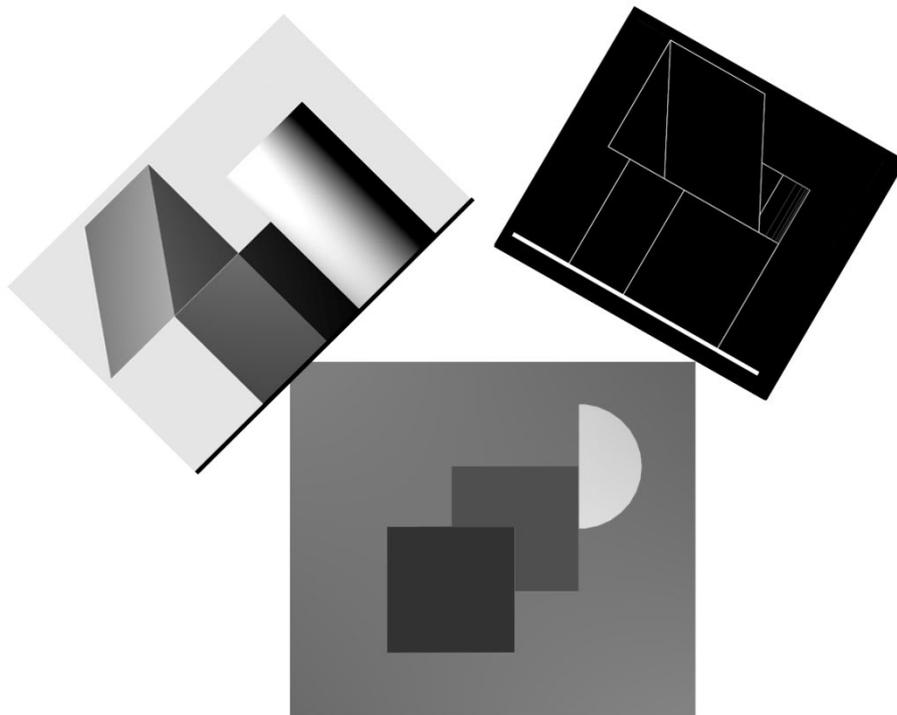
REPRESENTACIÓN DEL DADO SEGÚN EL SISTEMA MONGE.

PROYECCIÓN HORIZONTAL, PROYECCIÓN VERTICAL FRONTAL, PROYECCIÓN VERTICAL LATERAL Y PROYECCIÓN VERTICAL OBLICUA DEL CUERPO CONSIDERADO.

PROYECCION VERTICAL OBLICUA



PROYECCIONES SOBRE PLANOS VERTICALES OBLICUOS A 60° Y 30° CON RESPECTO UNA HORIZONTAL DE REFERENCIA.



PROYECCIONES SOBRE PLANOS VERTICALES OBLICUOS A 45° Y 30° RESPECTIVAMENTE CON RESPECTO UNA HORIZONTAL DE REFERENCIA, (Proyección derecha dibujo a línea).

CORTES

La representación con el sistema Monge permite registrar la superficie exterior de los objetos, cuando es necesario mostrar la interioridad de espacios o volúmenes se recurre a un procedimiento auxiliar del sistema denominado **Corte**.

El plano de corte que produce la sección del objeto puede ser vertical, generando el corte vertical, u horizontal, generando el corte horizontal.

Convenciones:

Al representar el corte sobre el plano de proyección se dibuja el sector que está entre el plano de corte y el plano de proyección considerado, omitiéndose el otro sector.

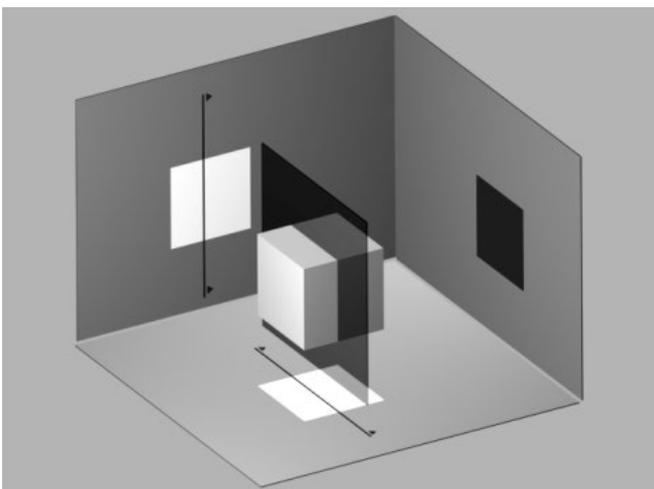
El corte se indica dibujando sobre la proyección la traza del plano. En el caso de Corte Vertical, su traza se dibuja sobre el plano horizontal (proyección del plano como una línea). Si el corte es horizontal su traza aparece en la proyección vertical. Se nomina con letras mayúsculas.

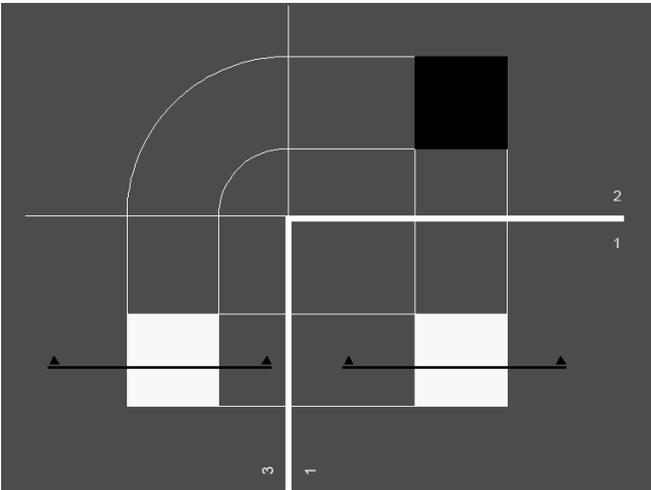
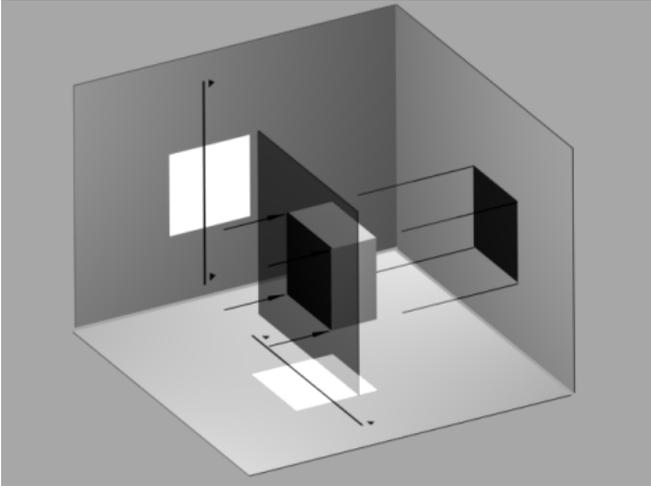
En todos los casos debe indicarse hacia qué dirección se realiza el corte.

Si el objeto es macizo, se trabaja con línea de contorno de más grosor, el interior de la sección de corte con grafismo o con valor plano en color o gris, si el objeto es hueco la sección de corte está dada por el espesor de la superficie envolvente.

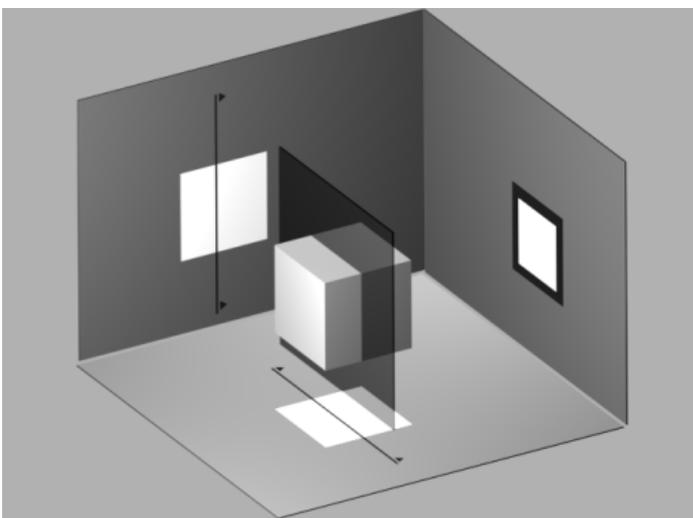
Los objetos o sectores de los objetos que no son afectados con el plano de corte se proyectan en vista.

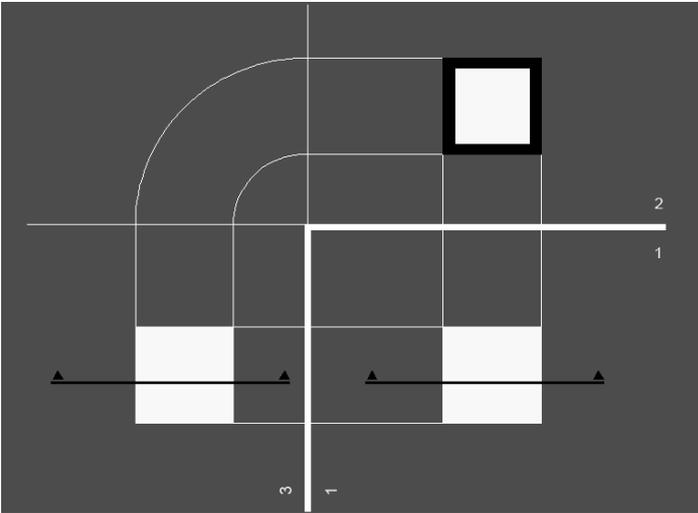
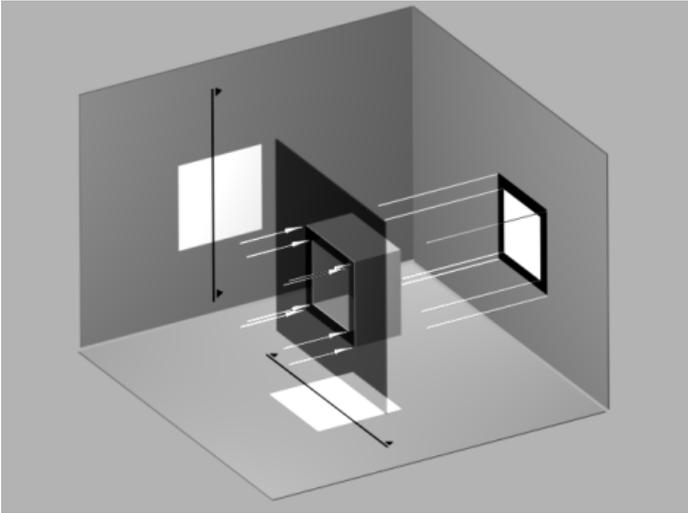
CORTE VERTICAL DE UN CUBO MACIZO



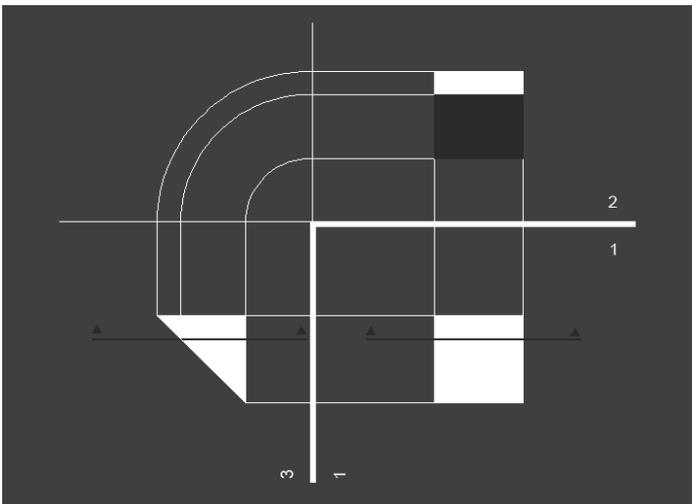
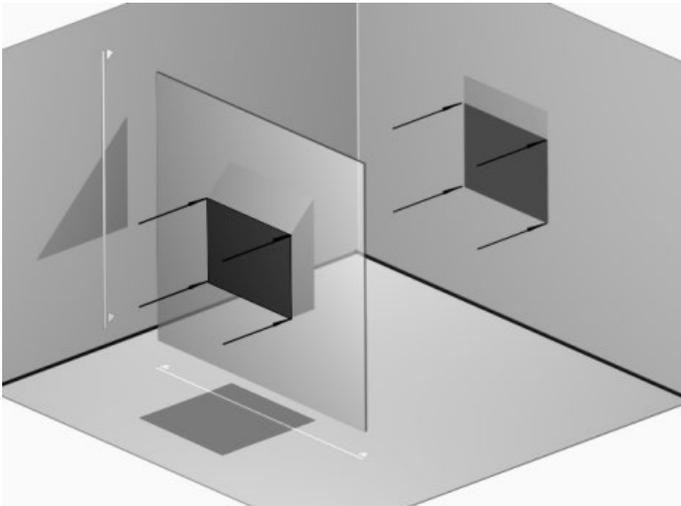
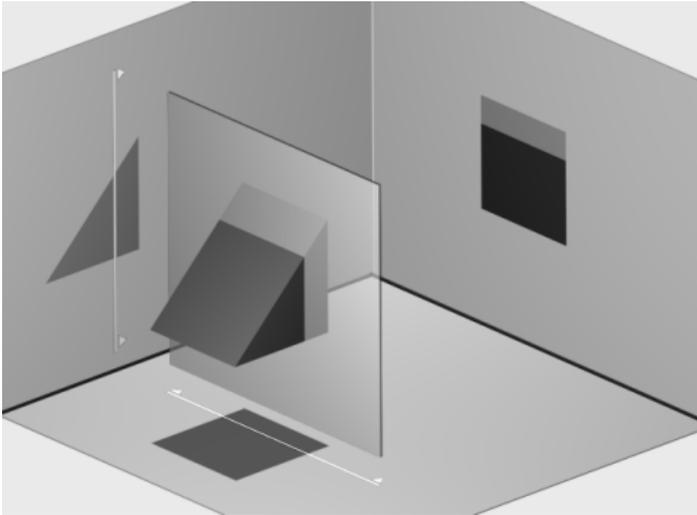


CORTE VERTICAL DE UN CUBO HUECO

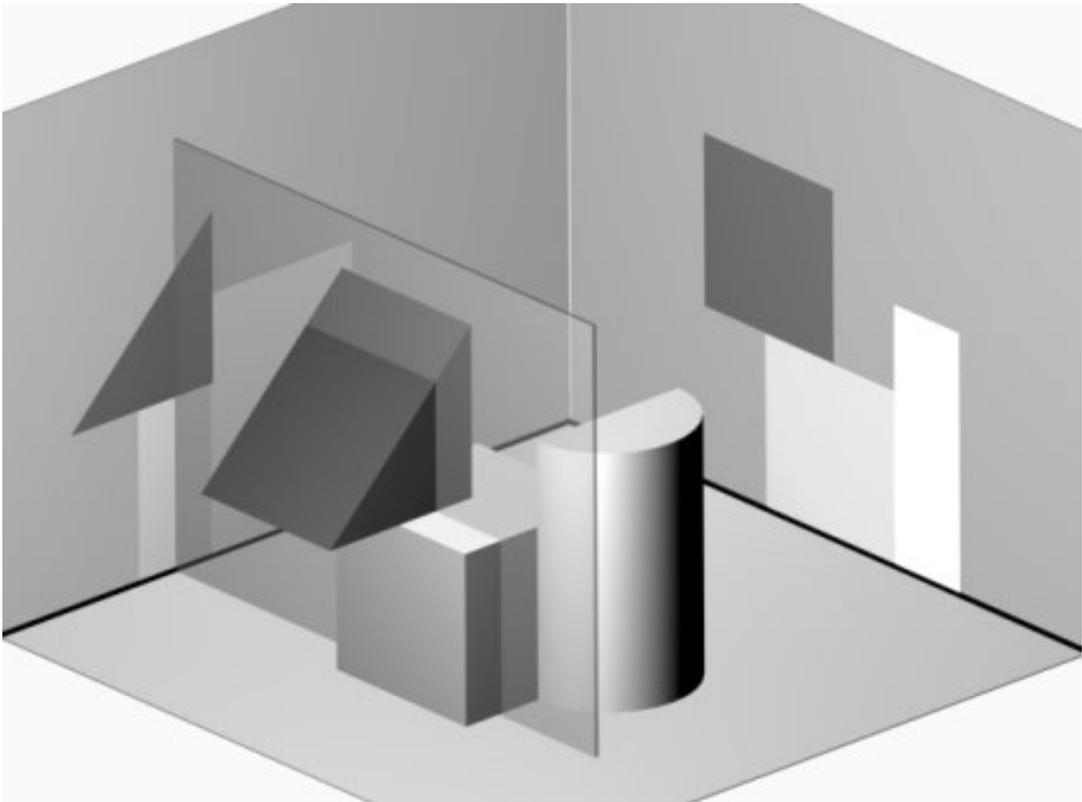




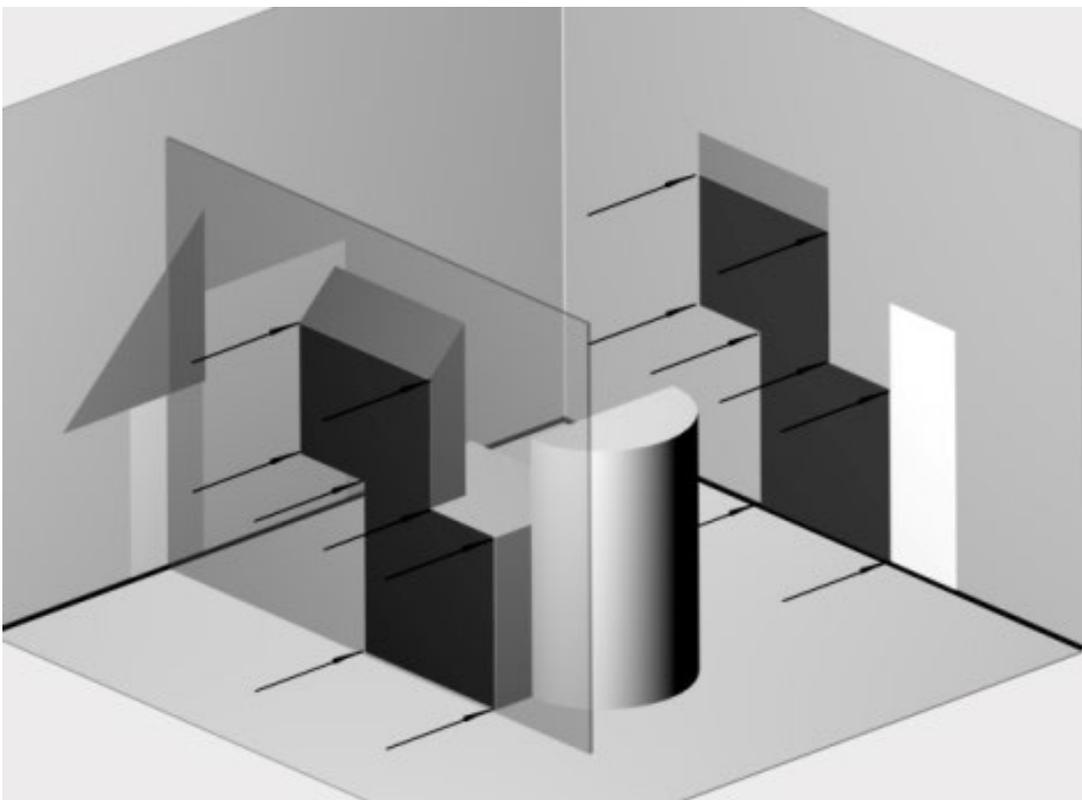
CORTE VERTICAL DE UN MEDIO CUBO MACIZO

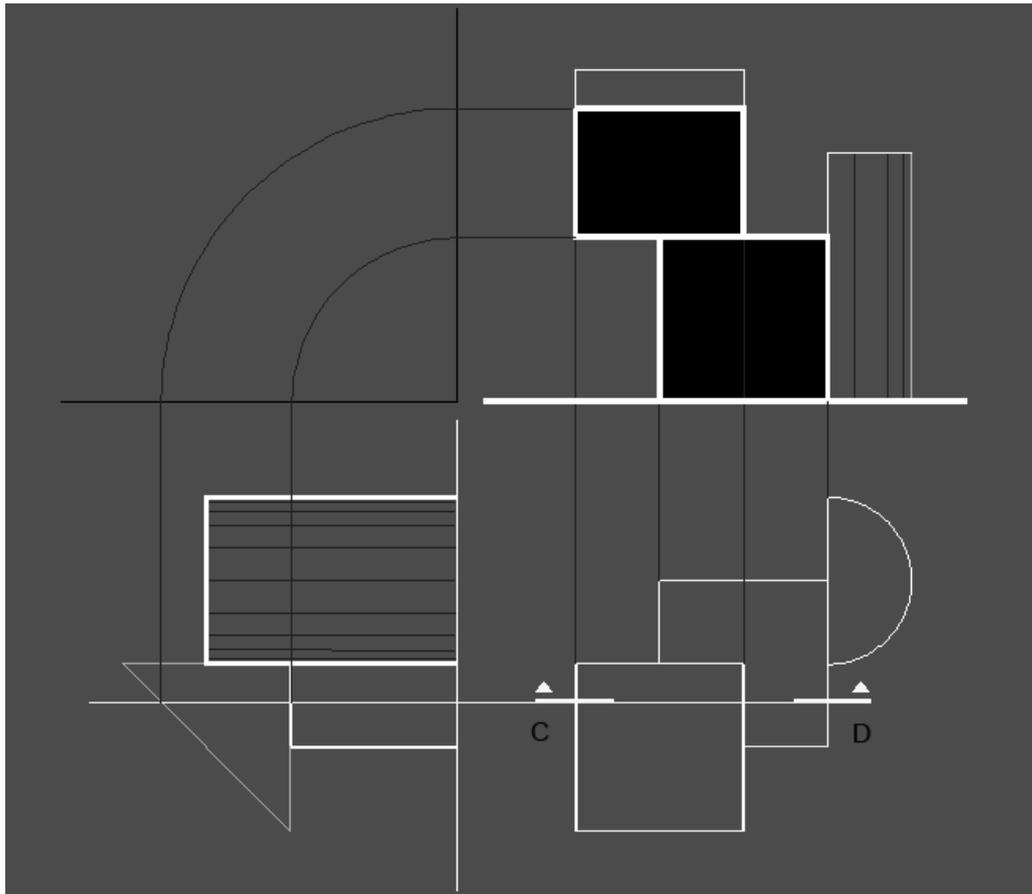


CORTE VERTICAL DE UN CONJUNTO



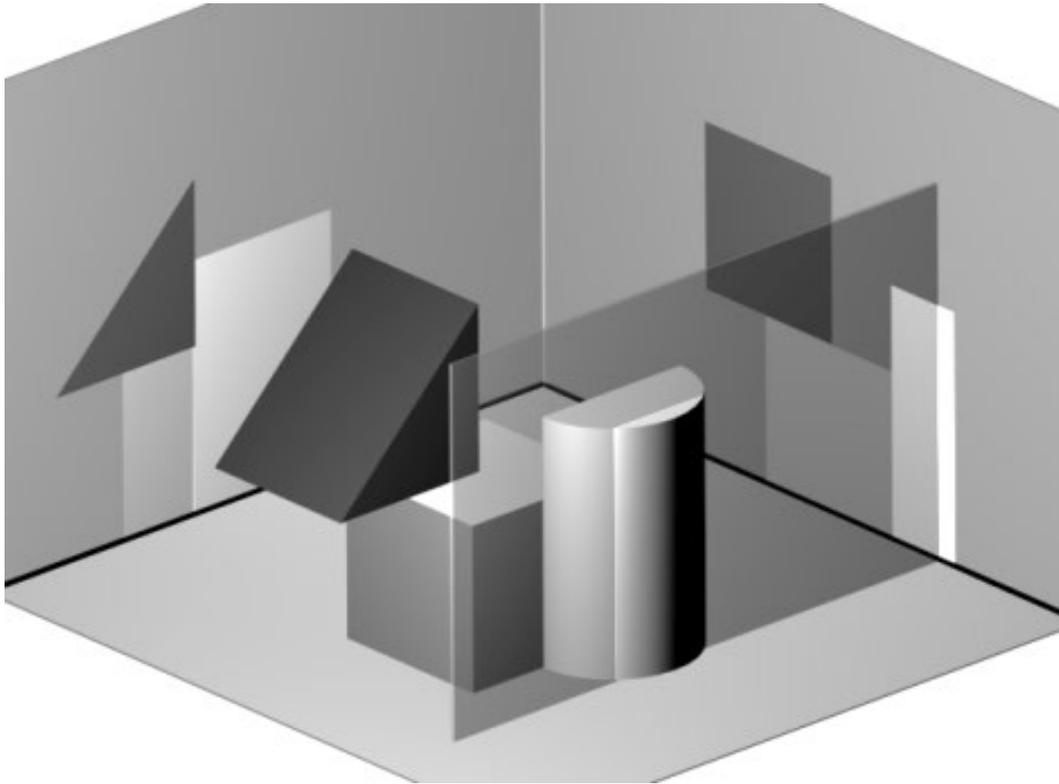
INTERPRETACIÓN ESPACIAL



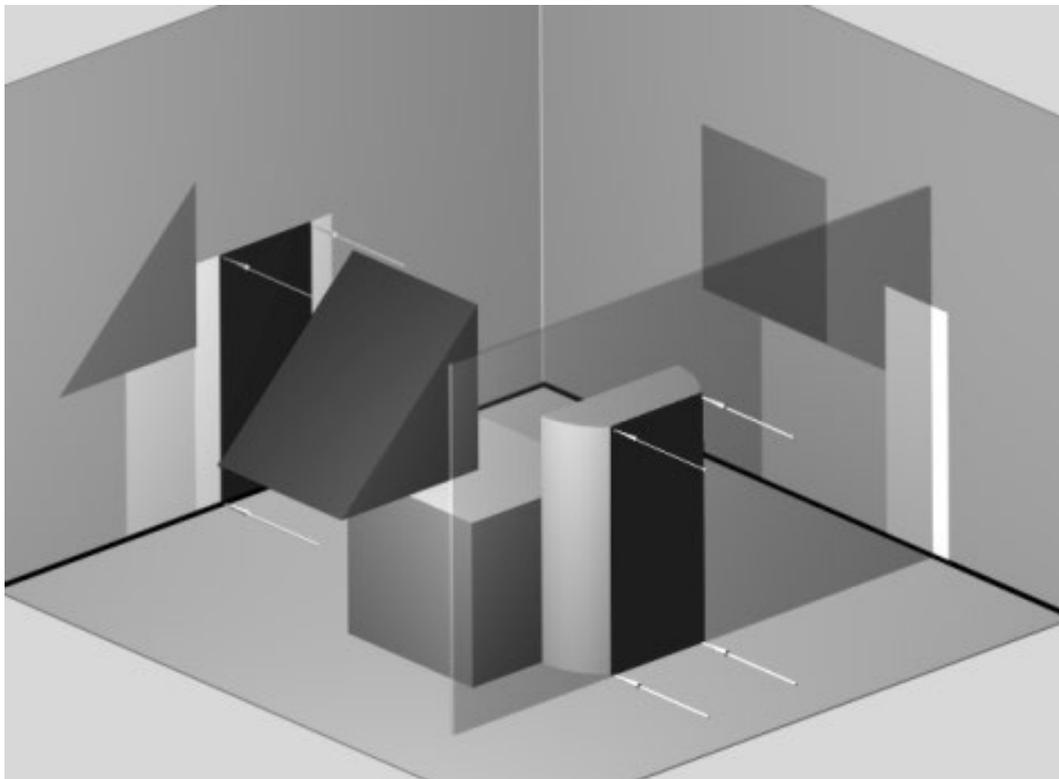


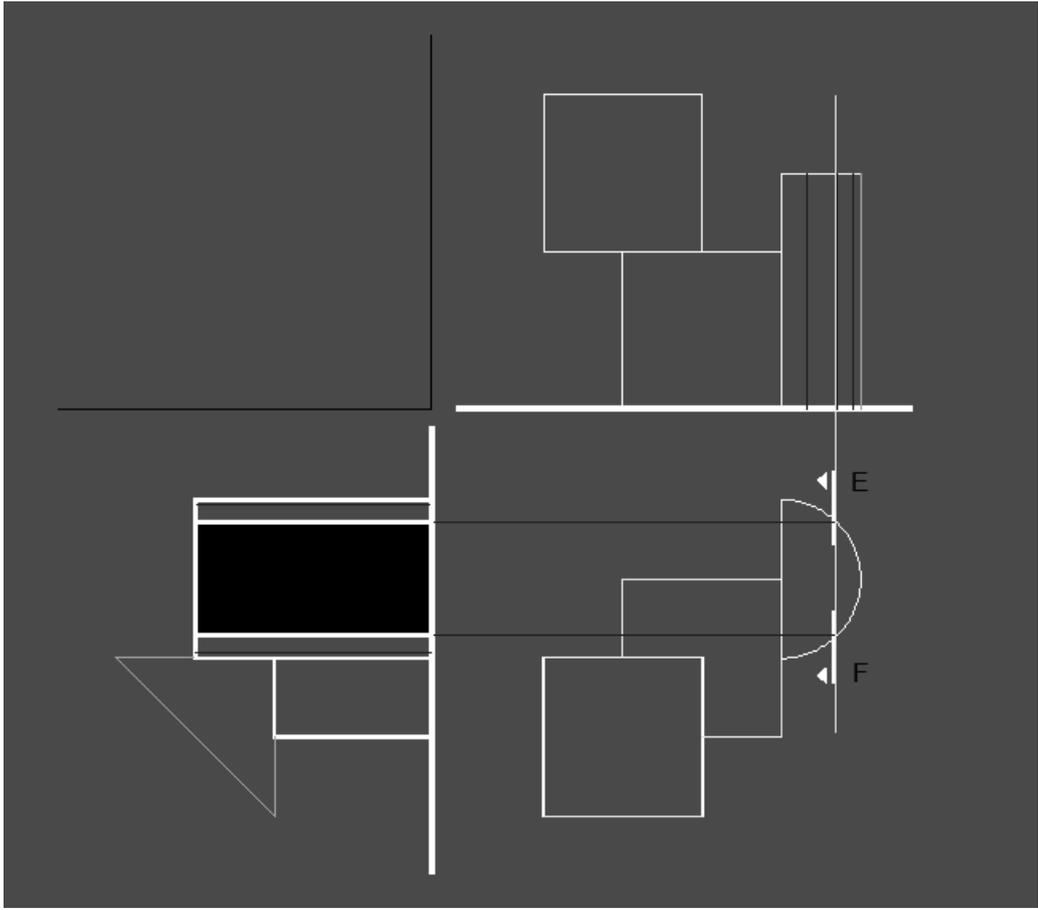
CORTE VERTICAL CD DE UN CONJUNTO

CORTE VERTICAL DE UN CONJUNTO



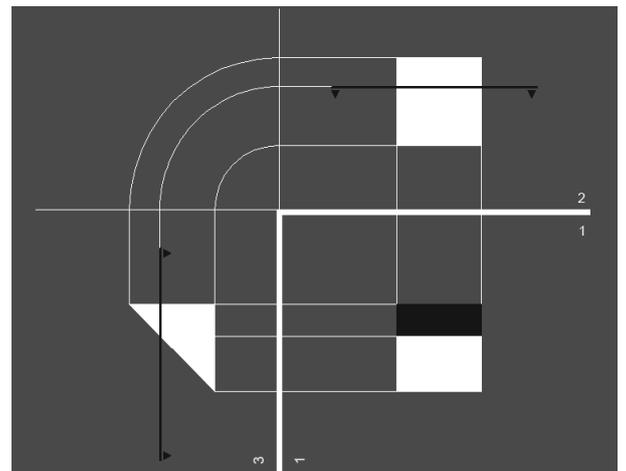
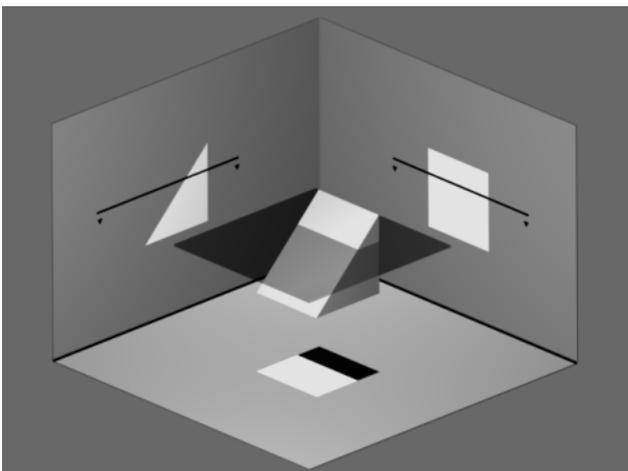
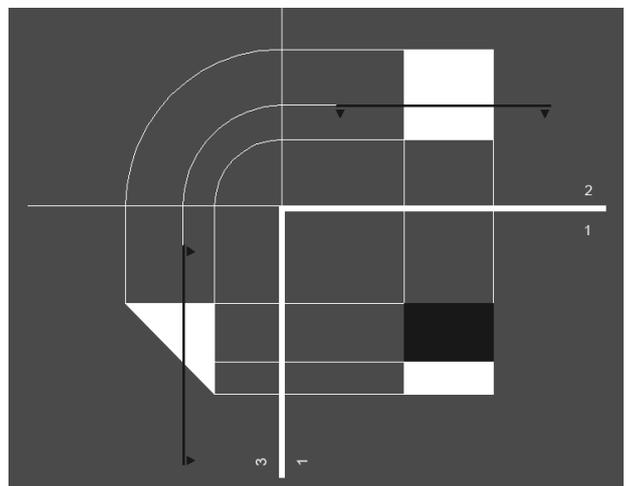
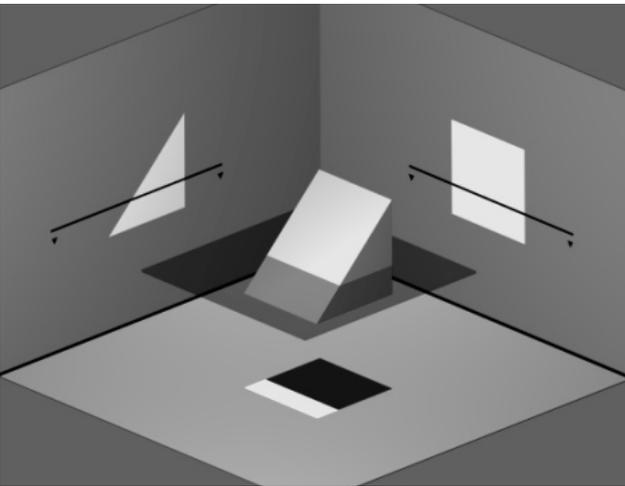
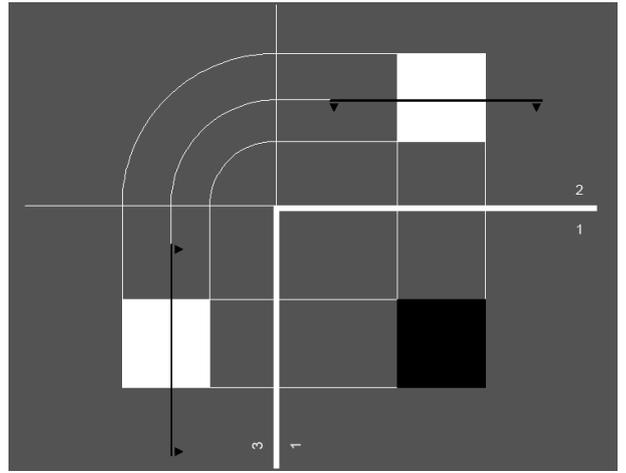
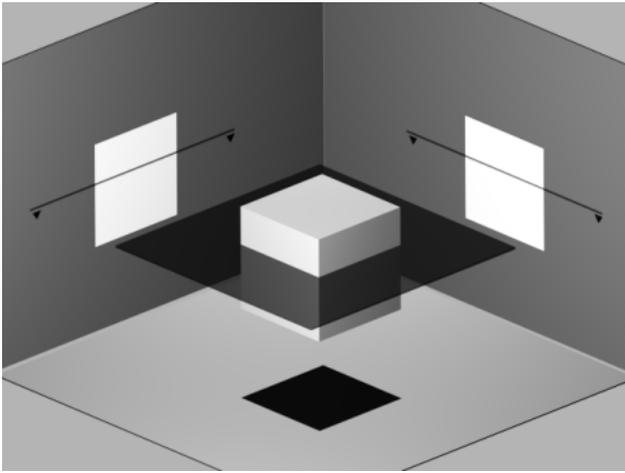
INTERPRETACIÓN ESPACIAL



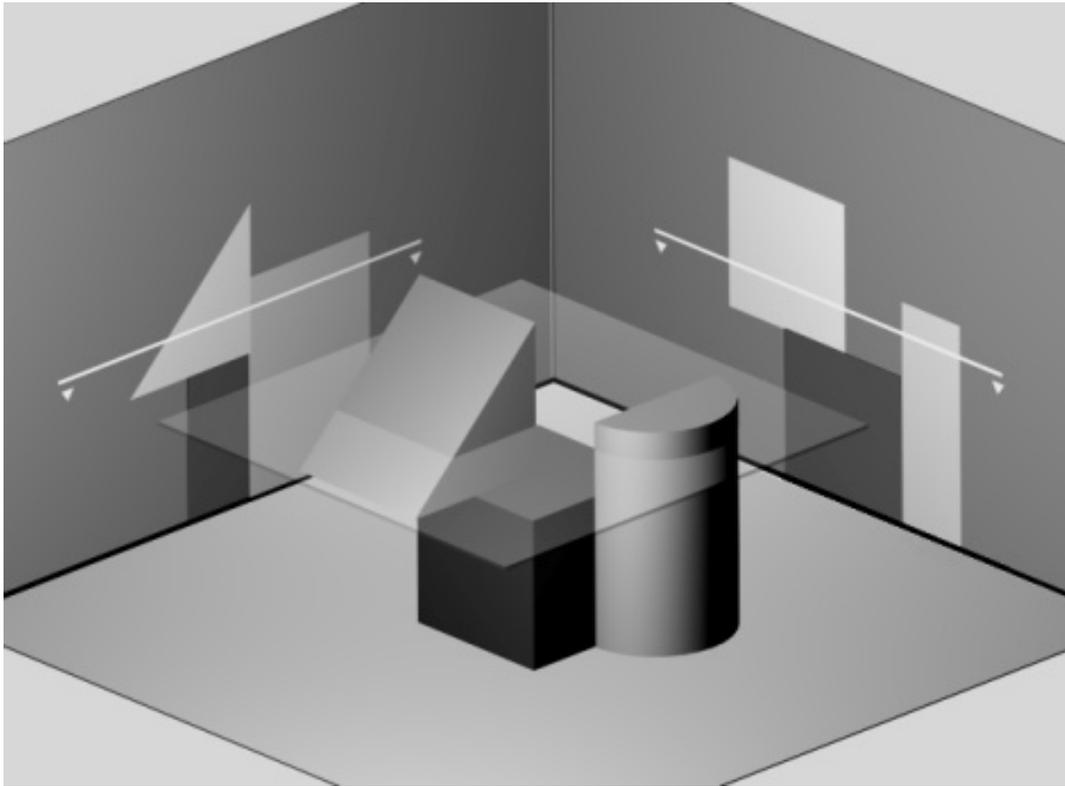


CORTE VERTICAL EF DE UN CONJUNTO

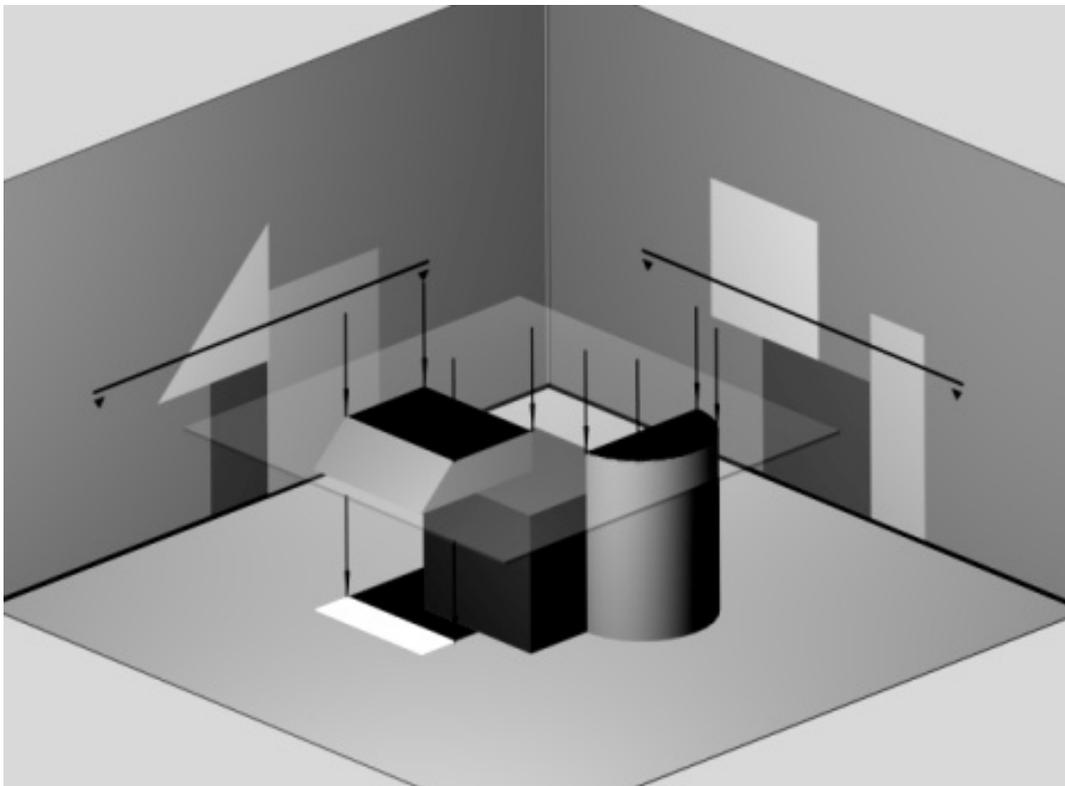
CORTE HORIZONTAL

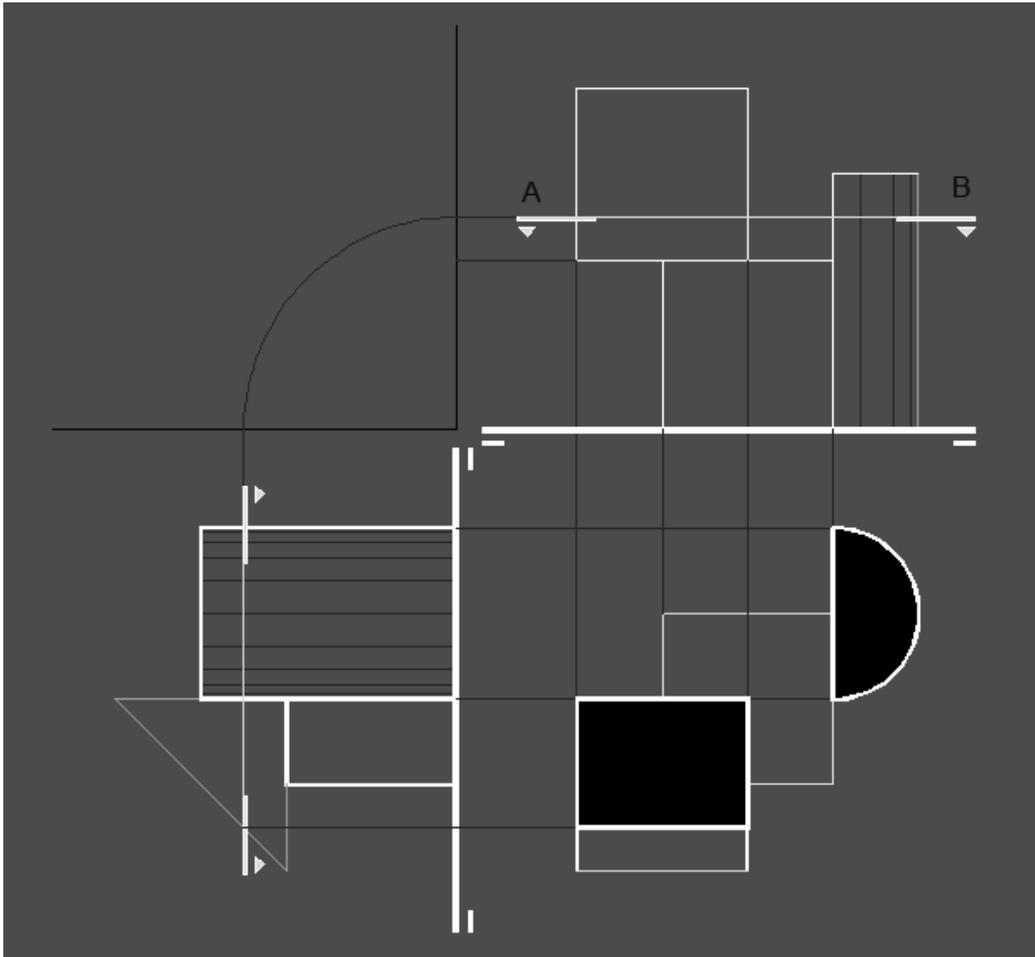


CORTE HORIZONTAL DE UN CONJUNTO



INTERPRETACIÓN ESPACIAL



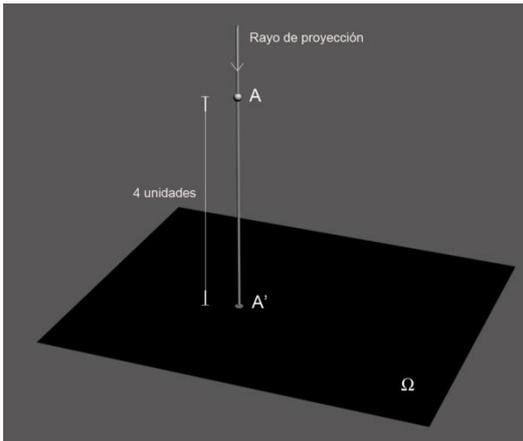


CORTE HORIZONTAL CD DE UN CONJUNTO

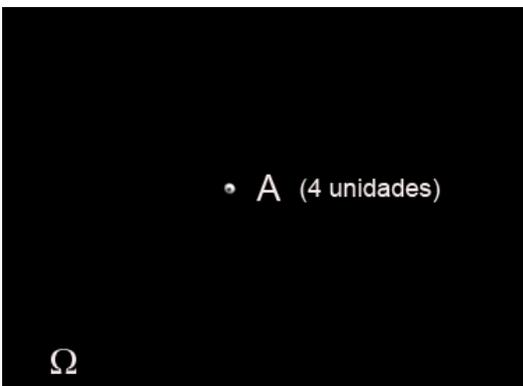
PROYECCIONES ACOTADAS

Es un sistema donde se proyecta ortogonalmente sobre un único plano. Dado un punto cualquiera **A**, éste se proyecta perpendicularmente sobre el plano considerado, en el caso del gráfico Ω . Al lado de la proyección se indica la distancia o *cota*, considerada desde el punto en el espacio a la proyección en el plano expresada en la unidad correspondiente.

Es un modelo muy utilizado en cartografía. Si el plano de proyección es horizontal, el sistema se asimila a la *Proyección Horizontal* del Sistema Monge.



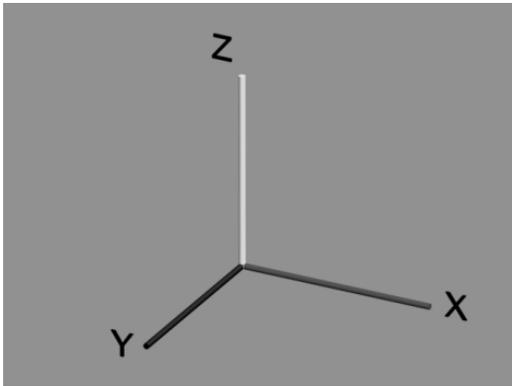
INTERPRETACIÓN ESPACIAL DE LA PROYECCIÓN ACOTADA DEL PUNTO A



PROYECCIÓN ACOTADA DEL PUNTO A

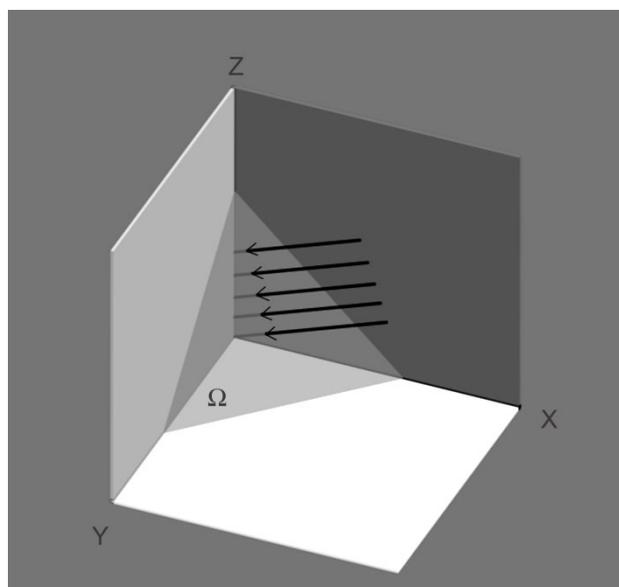
SISTEMAS AXONOMÉTRICOS

Como hemos visto, el problema fundamental a resolver se centra entonces, en lograr representar en los planos de proyección los tres ejes del espacio, para poder referir a ellos los cuerpos a proyectar.

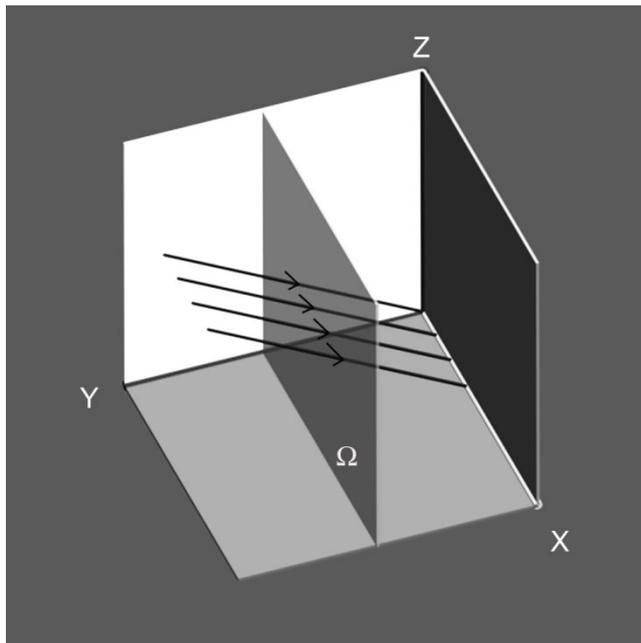
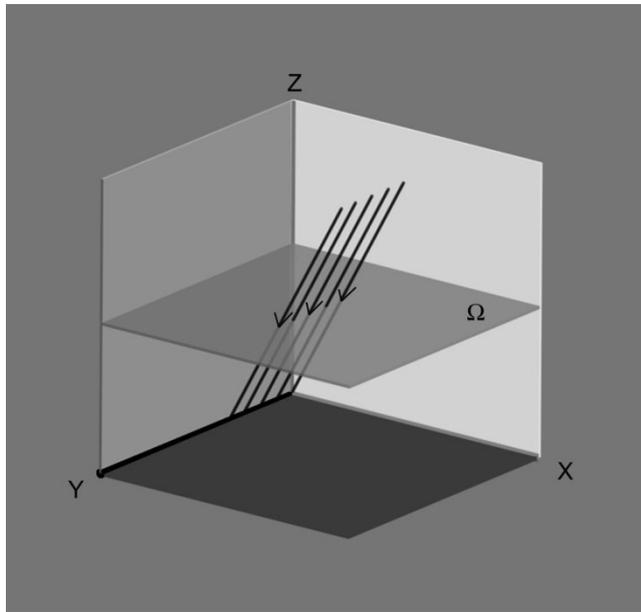


Los sistemas Axonométricos son Proyecciones de tipo Cilíndrico que proyectan en un único plano. Este plano deberá tener alguna de estas dos características:

- a) El plano de proyección Ω será oblicuo con respecto al triedro que representa las dimensiones del espacio. Los rayos de proyección serán ortogonales con respecto al plano Ω y paralelos entre sí.
Tendremos PROYECCIONES ORTOGONALES PARALELAS EN UN PLANO ÚNICO
Es el caso de las ISOMETRÍAS, DIMETRÍAS y TRIMETRÍAS.



- b) El plano Ω será paralelo o coincidente con alguno de los del triedro. Los rayos son oblicuos con respecto al plano Ω y paralelos entre sí. Tendremos PROYECCIONES OBLICUAS PARALELAS EN UN PLANO ÚNICO.



Es el caso de las PROYECCIONES MILITARES, PROYECCIONES CABALLERAS Y BIZANTINAS.

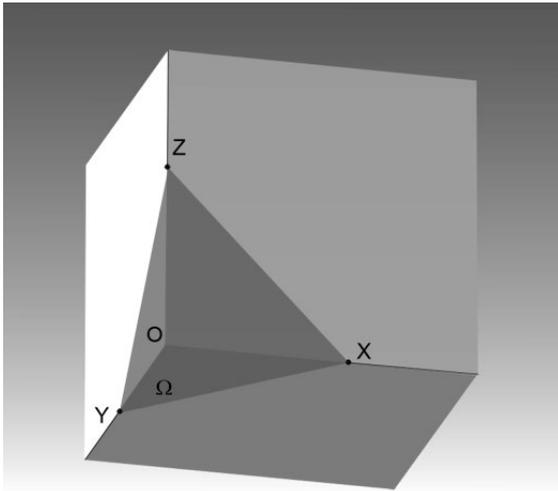
*La alternativa, plano oblicuo y rayos de proyección oblicuos al plano no se considerará.

Técnicamente hablando las proyecciones Axonométricas son las que se realizan sobre plano oblicuo y con rayos perpendiculares al mismo; por lo tanto, las ISOMETRÍAS, DIMETRÍAS Y TRIMETRÍAS, son Axonometrías.

El término axonometría implica medir sobre los ejes, (AXO= eje, METRO= medida). Se extiende el término axonometría a las proyecciones MILITARES, CABALLERAS Y BIZANTINAS por el hecho de poder medir sobre los ejes.

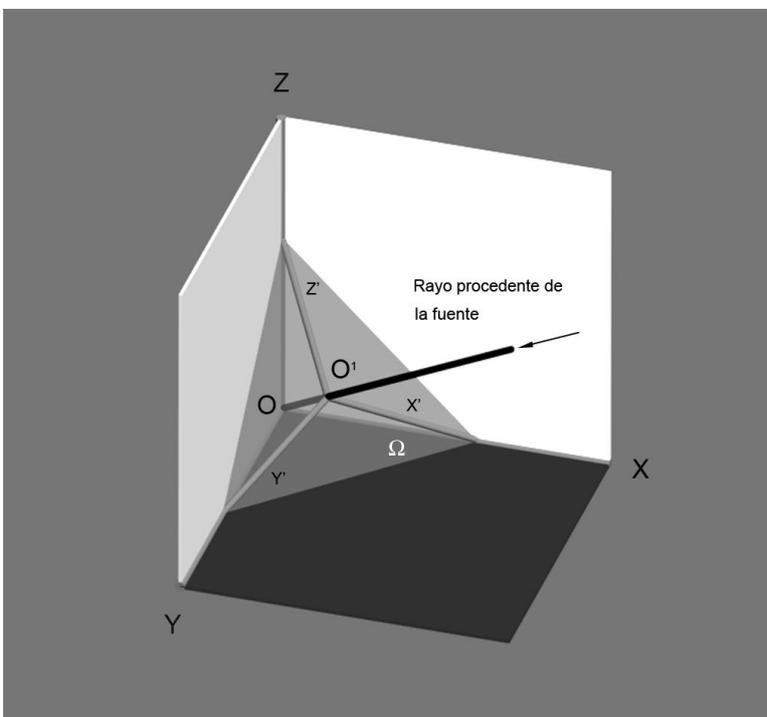
PROYECCIÓN ISOMÉTRICA

En el caso de las ISOMETRÍAS, el plano de proyección Ω interseca al triedro conformando un triángulo de *trazas*, (rectas intersección de Ω y el triedro). Los vértices de triángulo Z, Y, X, son los puntos donde los ejes interceptan al plano Ω .

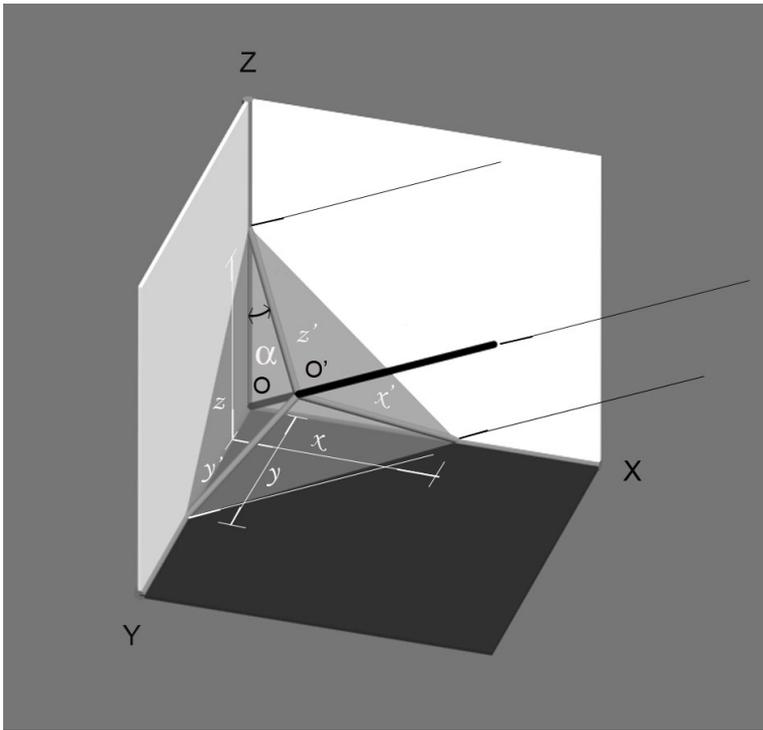


Según la ubicación de Ω las trazas conforman triángulos equiláteros, isósceles o escalenos.

Proyectando O sobre Ω , obtendremos O' . Uniendo O' con X, Y, Z , puntos que coinciden con sus propias proyecciones, se tendrán las proyecciones de los ejes coordenados, X', Y' y Z' .



INTERPRETACIÓN ESPACIAL



En el gráfico anterior se observa que en las isometrías los ejes **X**, **Y**, y **Z**, forman el mismo ángulo α con los respectivos las proyecciones **X'**, **Y'**, y **Z'**. De aquí se deduce que las medidas de los segmentos proyecciones x' , y' y z' y los correspondientes segmentos x , y y z difieren, siendo en cada caso:

$$x = x' \cos \alpha$$

$$y = y' \cos \alpha$$

$$z = z' \cos \alpha$$

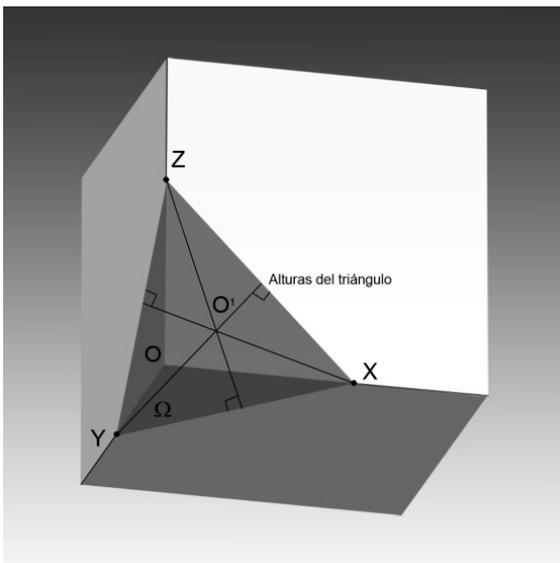
Dado que en las isometrías el coeficiente de reducción es el mismo para cada eje se lo suele omitir llevando directamente las medidas del objeto real al dibujo.

En el espacio se tiene que:

el eje **Z** es perpendicular al plano **XY** \Rightarrow **Z'** es perpendicular a la traza XY

el eje **Y** es perpendicular al plano **XZ** \Rightarrow **Y'** es perpendicular a la traza XZ

el eje **X** es perpendicular al plano **YZ** \Rightarrow **X'** es perpendicular a la traza YZ



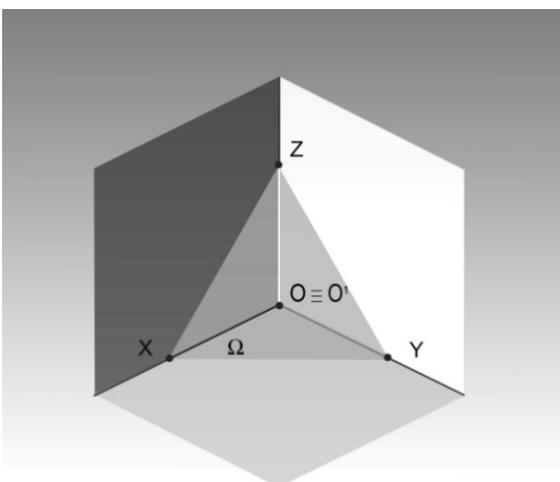
X', Y', Z' que son los ejes axonométricos, son las alturas del triángulo de las trazas.

Estas alturas se cortan en el interior del triángulo. Este triángulo de las trazas es acutángulo* y los ejes X', Y', Z' forman ángulos obtusos =>

Pohlke enunció en 1853 su teorema que dice: "cualquier terna de segmentos pertenecientes a un plano que concurren a un punto de modo que no existan dos alineados son proyecciones de tres aristas concurrentes de un cubo. En el caso que dos segmentos sean colineales el tercero deberá ser ortogonal a los primeros".

*ACUTÁNGULO: triángulo cuyos tres ángulos son agudos, (menores a 90°).

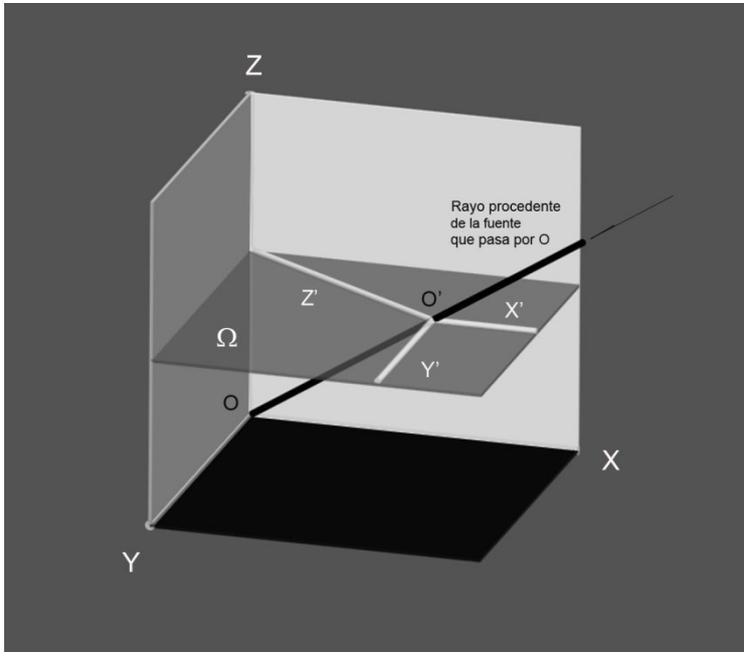
En el gráfico siguiente se tiene la visión del observador de los ejes dominantes del espacio en una PROYECCIÓN ISOMÉTRICA.



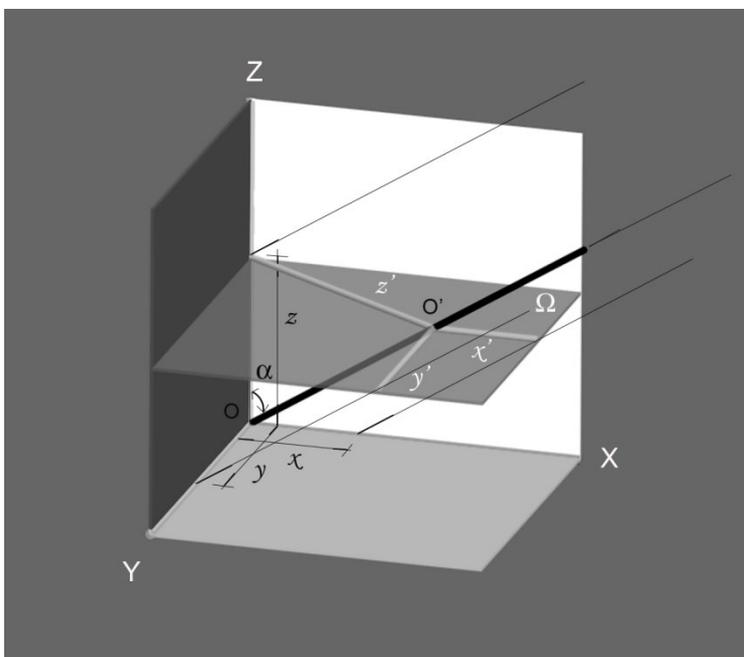
VISIÓN DEL OBSERVADOR
EN LA PROYECCIÓN ISOMÉTRICA

PROYECCIÓN MILITAR

Es la que se realiza sobre un plano horizontal y con rayos de proyección oblicuos al mismo y paralelos entre sí.



INTERPRETACIÓN ESPACIAL



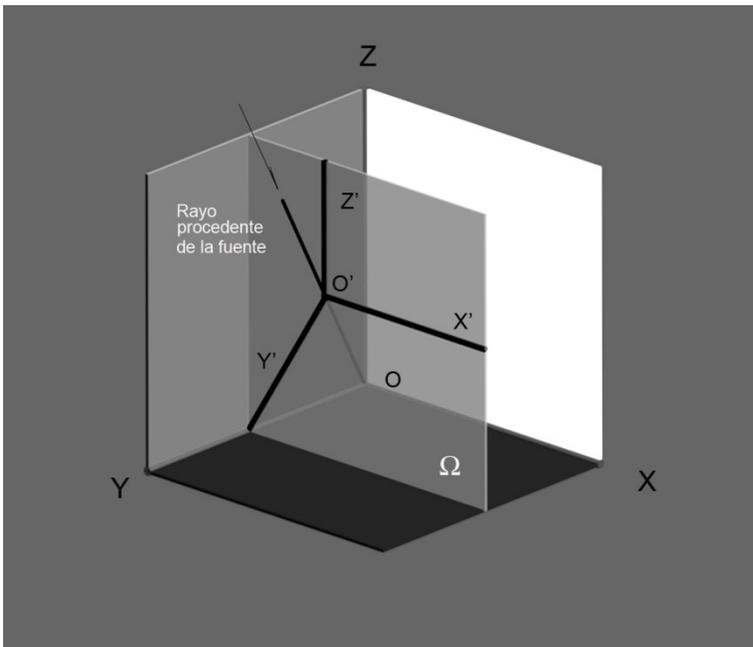
Al analizar el gráfico se observa que los segmentos x e y son iguales en magnitud a los las proyecciones x' e y' contenidos en los ejes respectivos por ser paralelos entre sí, en cambio z' tendrá una magnitud diferente de z que estará dada en función de la

tangente del ángulo α . Como consecuencia de lo anterior, en Proyección Militar, las dimensiones que se toman sobre los ejes contenidos o paralelos al plano de proyección, (en el gráfico los ejes X' e Y'), no sufren reducción, es decir se llevan en verdadera magnitud.

Las dimensiones que se llevan sobre el eje que determina la altura, (aquí el eje Z'), se afectan por un coeficiente de reducción.

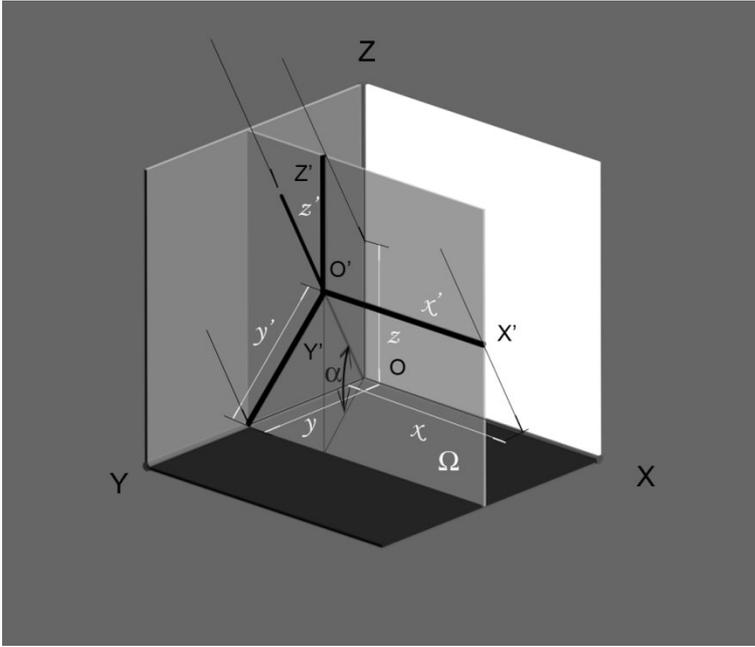
PROYECCIÓN CABALLERA

Se realiza sobre un plano vertical siendo los rayos oblicuos al mismo.



INTERPRETACIÓN ESPACIAL

De manera análoga al caso de la proyección militar se observa que las proyecciones x' y z' son paralelas a los segmentos x y z contenidos en los ejes respectivos por lo tanto son iguales en magnitud, en cambio y' tendrá una magnitud diferente de y que estará dada en función del ángulo α . Como consecuencia de lo anterior, en Proyección Caballera, las dimensiones que se toman sobre los ejes contenidos o paralelos al plano de proyección, (en el gráfico los ejes X' y Z'), no sufren reducción, es decir se llevan en verdadera magnitud. Las dimensiones que se llevan sobre el eje que determina la profundidad, (aquí el eje Y'), se afectan por un coeficiente de reducción.

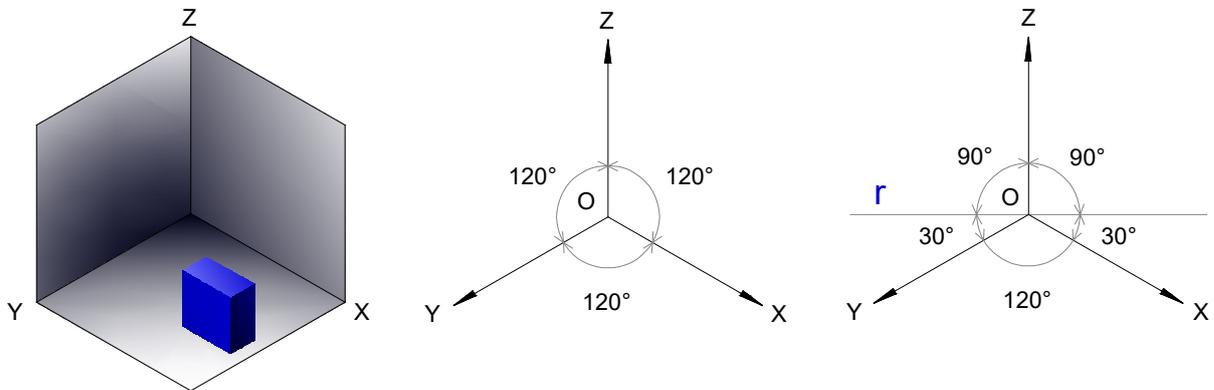


NIVEL OPERATIVO

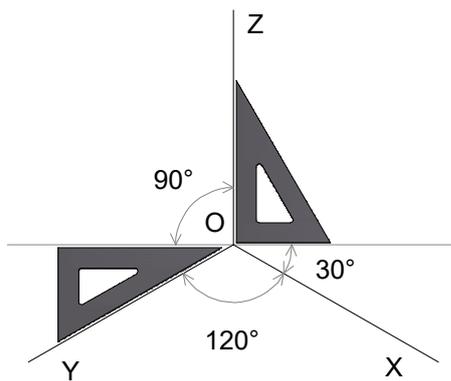
Autor: Carlos Barone

ISOMETRÍA

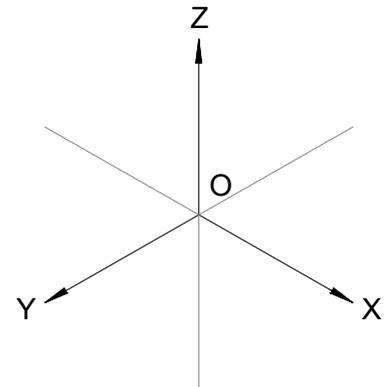
Los ángulos que forman entre sí los ejes X , Y , y Z , representativos de las direcciones dominantes del espacio, son iguales y de 120° cada uno.



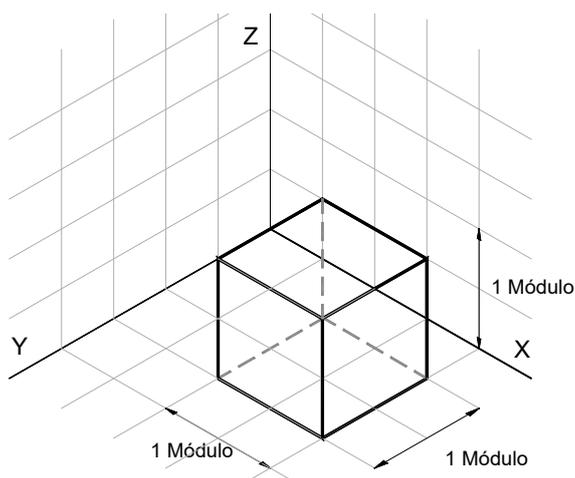
Operativamente se traza una recta auxiliar horizontal r y se determina sobre ella un punto que será el origen O , a partir de éste se trazan rectas a 30° bajo la horizontal con las escuadras correspondientes, (serán los ejes X e Y). El eje Z se obtiene trazando una recta vertical por O que será perpendicular a r .



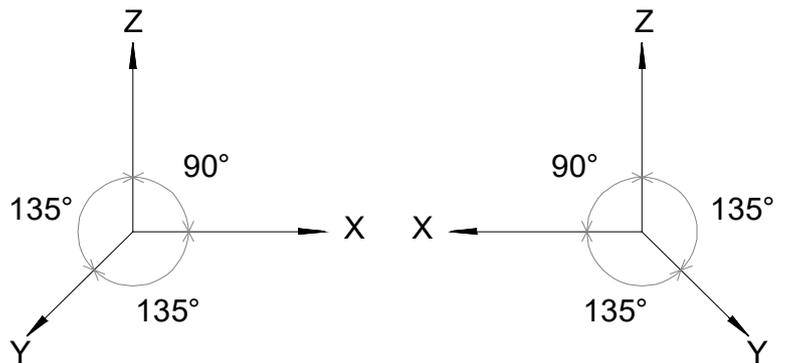
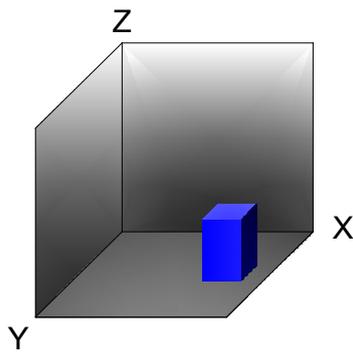
Los ejes determinados se prolongan sobre cada dirección en ambos sentidos



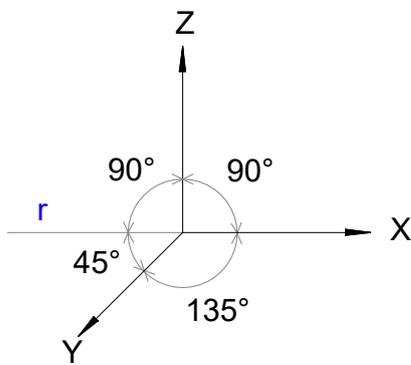
En el caso de representar un cubo en axonometría, se ven tres de sus caras al mismo tiempo. Las medidas se llevan a los tres ejes sin sufrir ninguna modificación.



CABALLERA

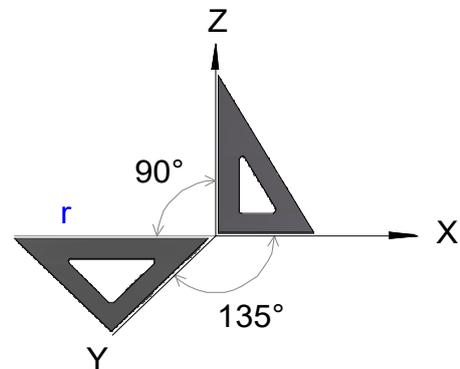


Los ángulos que forman los ejes entre sí varían. Los ejes X e Y y Z e Y forman un ángulo de 135° entre sí y los ejes X e Z forman uno de 90° .

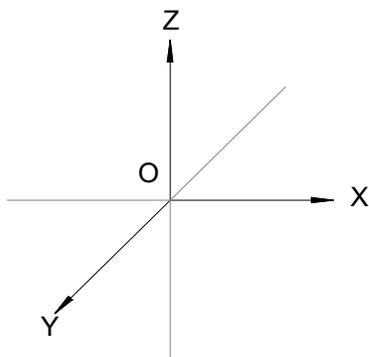


perpendicular a X.

Operativamente se traza una recta horizontal que será el eje X, se determina sobre esta recta un punto que será el origen O , a partir de éste se traza una recta a 45° bajo la horizontal con la escuadra correspondiente, éste será el eje Y. El eje Z se obtiene trazando una recta vertical por O que será

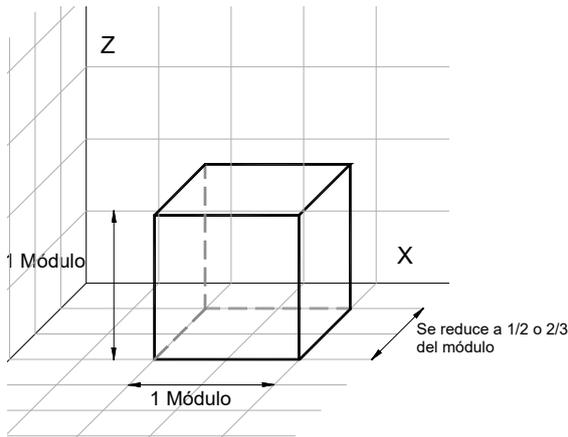


Los ejes determinados se prolongan sobre cada dirección en ambos sentidos



Si representamos un cubo cuyas aristas son paralelas a los ejes del espacio, una de sus caras visibles será paralela a la superficie de dibujo, por lo tanto, se mostrará en *verdadera*

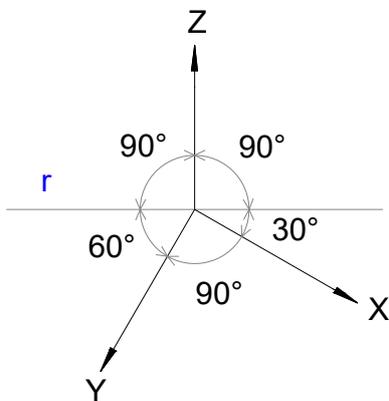
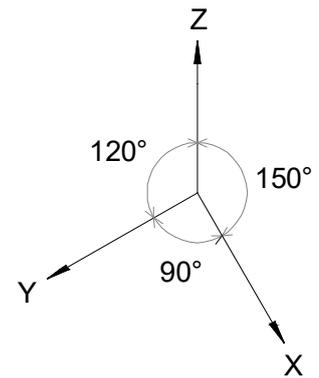
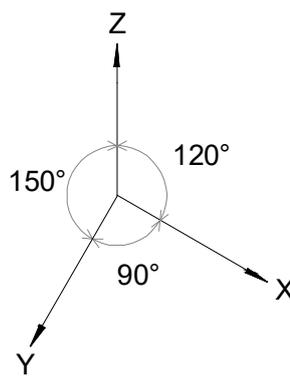
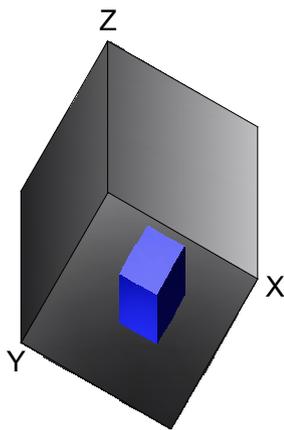
magnitud, en tanto que las profundidades se reducen.



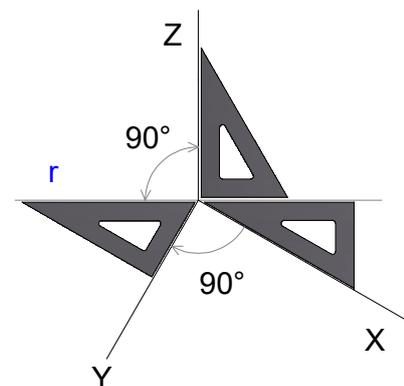
El coeficiente de reducción sobre el eje Y, o sobre una dirección paralela a él será de $\frac{1}{2}$ o $\frac{2}{3}$.

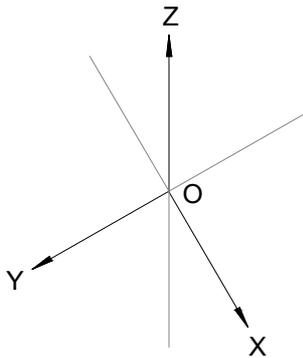
MILITAR

Los ángulos que forman los ejes entre sí varían. Los ejes X e Y forman un ángulo de 90°, los ejes Z e Y forman un ángulo de 150° y los ejes X e Z forman uno de 90°. Estos dos últimos pares de ejes pueden invertir el valor de los ángulos.



Para el trazado, se dibuja una recta auxiliar horizontal r y se determina sobre ella un punto que será el origen O , a partir de éste se trazan a ambos lados rectas a 30° y 60° bajo la horizontal con las escuadras correspondientes, (serán los ejes X e Y). El eje Z se obtiene trazando una recta vertical por O que será perpendicular a r .



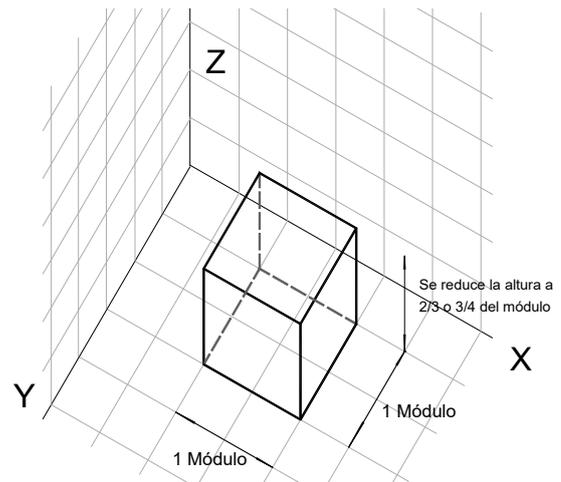


Los ejes determinados se prolongan sobre cada dirección en ambos sentidos

Como en el caso anterior las caras horizontales permanecen paralelas al plano horizontal, por lo tanto, se dibujan en verdadera magnitud, siendo las alturas las que sufren una reducción.

Los ángulos pueden adoptar las disposiciones indicadas en los gráficos.

El coeficiente de reducción sobre el eje Z, o sobre una dirección paralela a él será de $\frac{3}{4}$ o $\frac{2}{3}$.



La perspectiva militar es la proyección sobre el plano horizontal, es por ello por lo que el ángulo que conforman los ejes X e Y es de 90°.

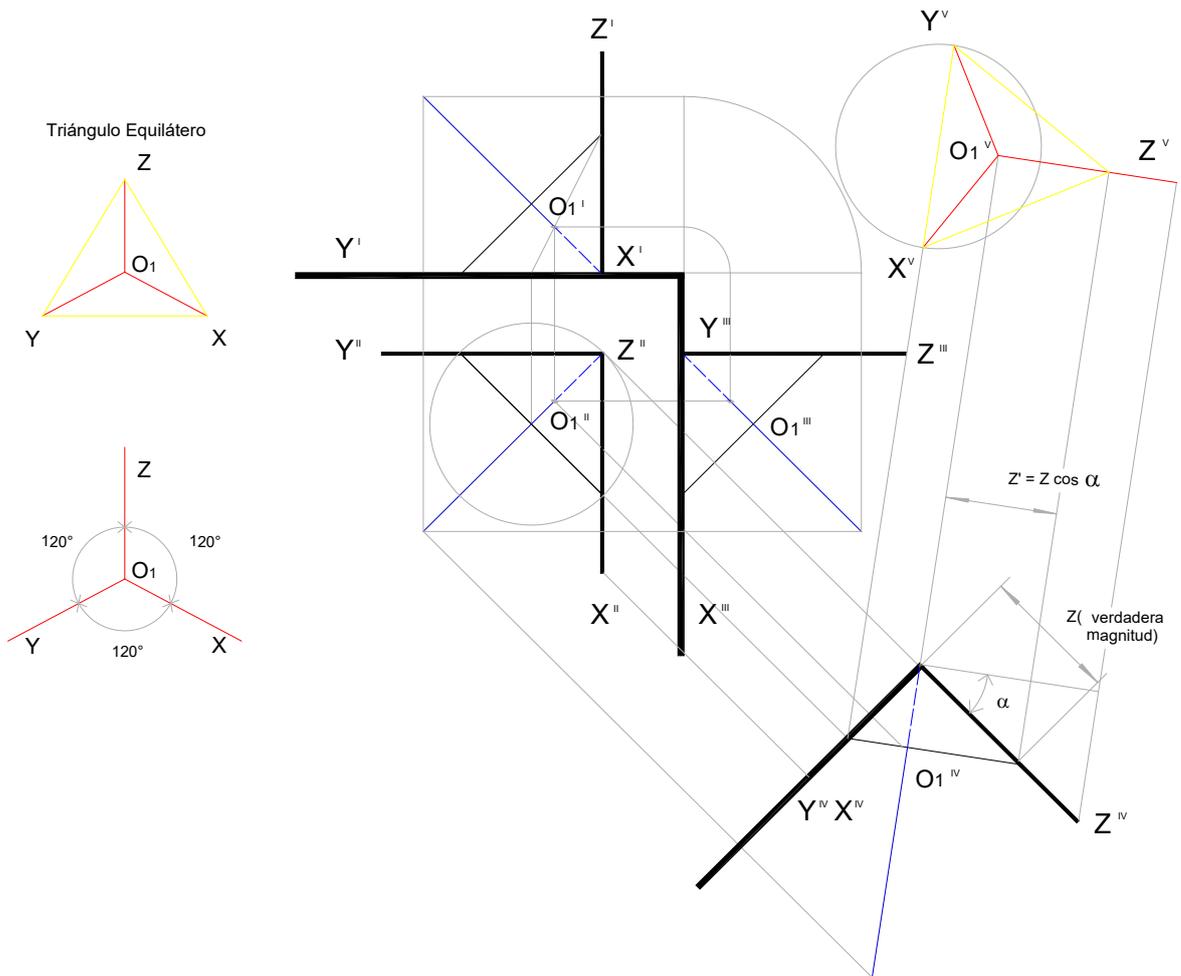
Las rectas verticales se mantienen siempre verticales en las axonometrías.

Las líneas paralelas entre sí se mantienen paralelas en el dibujo.

Sólo se pueden dibujar a escala, sin sufrir modificaciones, las líneas que son paralelas a los ejes dominantes del espacio, X, Y y Z. Las líneas que tienen otras direcciones que las indicadas, deben dibujarse mediante su inclusión en formas ortogonales que se hacen coincidir con las direcciones dominantes del espacio.

AXONOMETRÍA ISOMÉTRICA

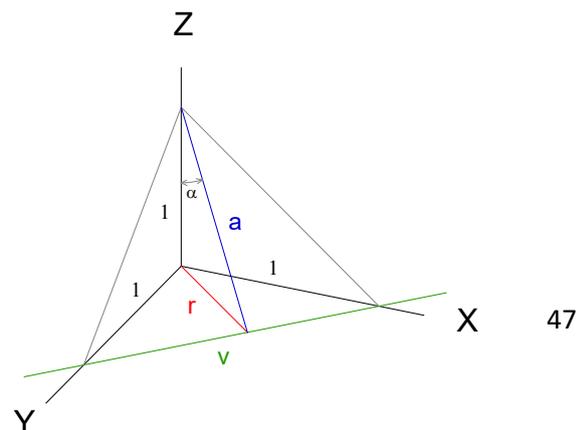
Determinación de los ángulos que forman los ejes X, Y y Z a partir de proyecciones ortogonales paralelas. El triángulo de las trazas determinado por el plano de proyección axonométrico con el triedro ortogonal es *equilátero* y sus alturas son las



proyecciones de los ejes del espacio.

Estos ejes proyectados tendrán una magnitud menor a los originales del espacio. El coeficiente de reducción será igual al coseno del ángulo α indicado en el gráfico.

DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE REDUCCIÓN EN LA AXONOMETRÍA ISOMÉTRICA



$$V = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$V = \sqrt{2} \rightarrow$$

$$\left(\frac{V}{2}\right)^2 + r^2 = 1^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + r^2 = 1^2 \rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$a^2 = r^2 + 1^2$$

$$a^2 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

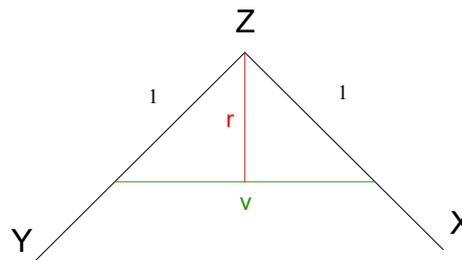
$$a = \sqrt{\frac{3}{2}} \rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{a}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\cos \alpha = 0,8164966 \rightarrow$$

$$\alpha = 35,26^\circ$$



EL COEFICIENTE DE REDUCCIÓN EN LAS ISOMETRÍAS POR LO TANTO SERÁ:

$$X' = X \cos \alpha$$

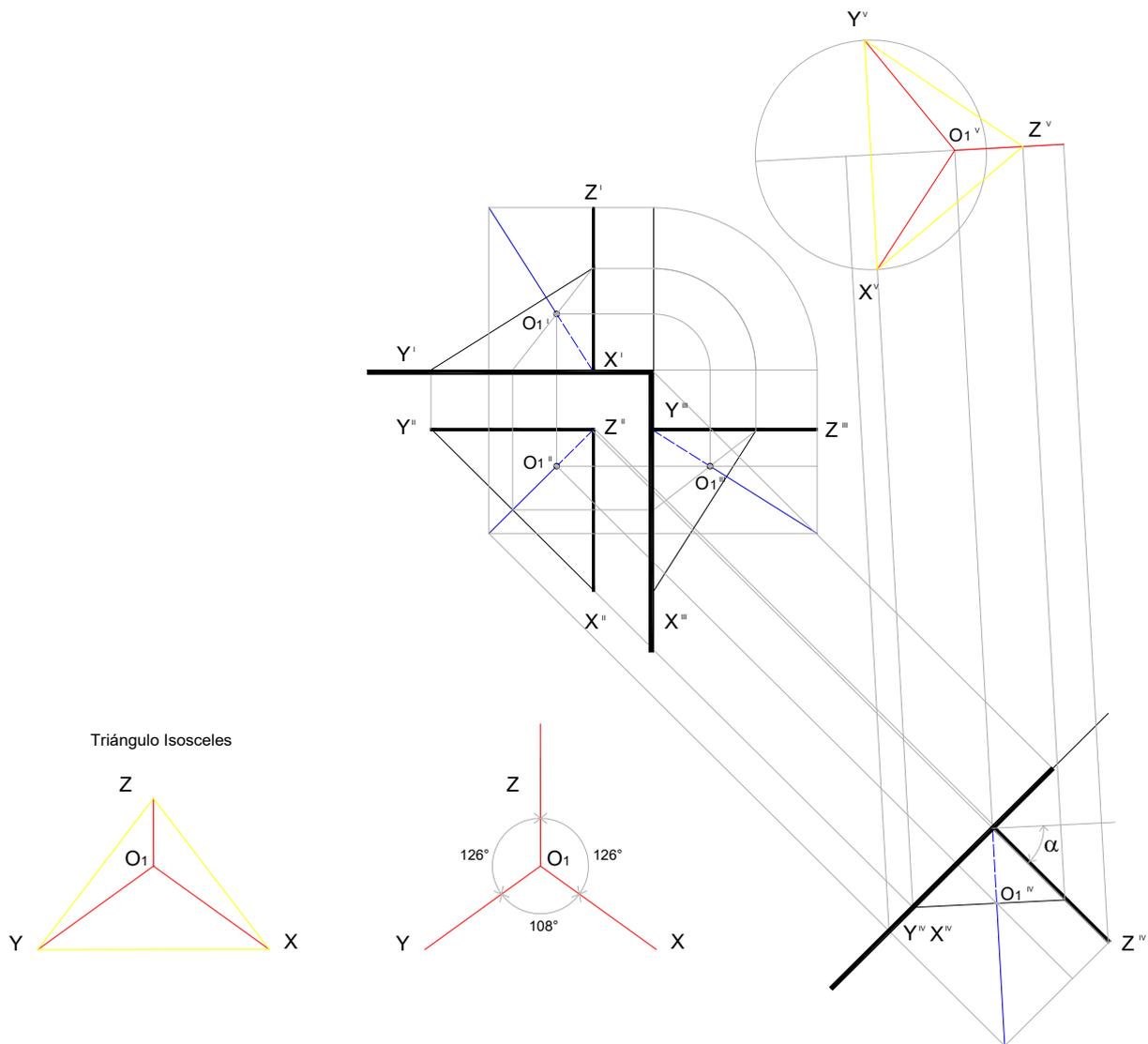
$$Y' = Y \cos \alpha$$

$$Z' = Z \cos \alpha$$

Tal coeficiente es igual para todos los ejes, por lo tanto, en la práctica no se aplica y se toman las medidas sobre los ejes sin disminuirlas.

AXONOMETRÍA DIMÉTRICA

Determinación de los ángulos que forman los ejes X, Y y Z a partir de proyecciones



ortogonales paralelas. El triángulo de las trazas obtenido es *isósceles* y las alturas de este son los ejes de la proyección dimétrica. Los ejes proyectados tendrán una magnitud menor a los originales del espacio. En este caso habrá dos coeficientes de reducción, uno para los ejes que coinciden con las alturas iguales del triángulo de las trazas y otro para la altura restante. En el caso del gráfico será:

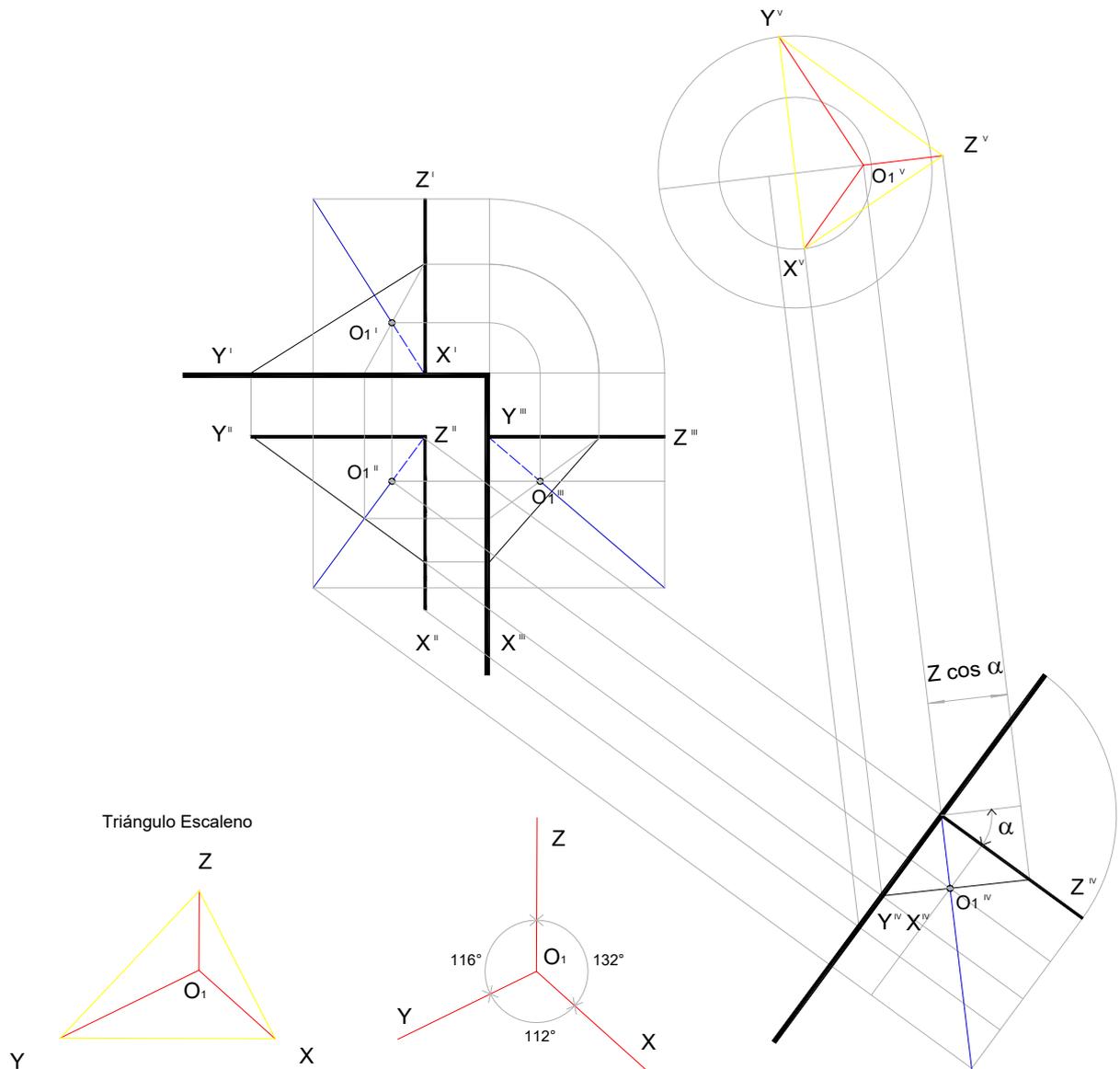
$$X' = X \cos \beta$$

$$Y' = Y \cos \beta$$

$$Z' = Z \cos \alpha$$

AXONOMETRÍA TRIMÉTRICA

Determinación de los ángulos que forman los ejes X , Y y Z a partir de proyecciones ortogonales paralelas. El triángulo de las trazas obtenido es *escaleno* y las alturas de



este son los ejes de la proyección trimétrica.

Los ejes proyectados tendrán una magnitud menor a los originales del espacio. El coeficiente de reducción será particular para cada eje e iguales a los cosenos de los ángulos α , β y γ que forman las alturas del triángulo de las trazas con los ejes respectivos.

$$X' = X \cos \gamma$$

$$Y' = Y \cos \beta$$

$$Z' = Z \cos \alpha$$

BIBLIOGRAFÍA

- Di Pietro, Donato. Geometría descriptiva. Editorial Alsina, 1977.
- Giannini, Renzo. *Perspectiva*. Editorial Alsina. 1975.
- Navarro de Zuillaga, Javier. *Forma y representación*. Ediciones Akal, 2008.
- Norberg-Schulz, Christian. *Arquitectura Occidental*. Editorial Gustavo Gili, 1999.
- Olivieri, Pablo J. M. *Sistemas de Representación*. Universidad Nacional del Litoral, 2007.
- Sierp, Allan. *Perspectiva aplicada*. Editorial Victor Lerú, 1971.
- Vélez González, Roberto. *La perspectiva como instrumento de diseño*. Editorial Trillas.
- Apuntes de Cátedra.